



UNIVERSITÉ D'ANTANANARIVO

ECOLE SUPERIEURE POLYTECHNIQUE

SCIENCES DE L'INGENIEUR

GENIE ELECTRIQUE



**Parcours à visée de recherche en Ingénierie des Systèmes Electriques
et Développement Durable**

**Mémoire de fin d'études en vue de l'obtention du diplôme de
Master à visée de recherche sur :**

**Calcul numérique de la répartition des puissances – cas
des réseaux maillés**

Par : RANARISON Olivier Mickaël

Soutenu le 22 juillet 2022, devant la Commission d'Examen composée de :

***Président de Jury :* M. RAKOTONIAINA Solofo Hery, Maître de conférences (ESPA)**

Examineurs :

M. RANDRIAMORA Edmond, Maître de conférences (ESPA)

Docteur RAMANANTENA Gilbert, Enseignant chercheur (ESPA)

Docteur RAKOTOFIRINGA Jean Marc, Enseignant chercheur (ESPA)

Directeur de mémoire :

M. JAOMIARY Antonio, Maître de conférences (ENSET Diego)

Numéro d'ordre : 01/2019

Promotion 2019

FISAORANA

Ny voalohan-teny, dia tiako ny hisaotra an'i Tompokolahy Professeur ANDRIANAHARISON Yvon izay loharano nipoiaran'ny loha-hevitra izay novoaboasana tamin'ity asa fikarohana ity, ary ihany koa anisan'ny nanampy betsaka tamin'ny fanantotosana ny ampahany maro tamin'ity asa ity foin'ny fahavelony.

Fisaorana lehibe no atolotro an'Andriamatoa Professeur RAKOTOSAONA Rijalalaina, « Directeur de l'Ecole Supérieure Polytechnique d'Antananarivo », sy Andriamatoa Docteur RANDRIAMORA Edmond, Chef de la Mention « Génie Electrique », ary Andriamatoa Docteur RAKOTONIAINA Solofo Hery, « Responsable de la formation Master à visée de recherche parcours Ingénierie des Systèmes Electriques et Développement Durable ».

Voninahitra lehibe ho ahy koa ny naneken'Andriamatoa isany :

- « Président de jury » : Docteur RAKOTONIAINA Solofo Hery
- « Examineurs » : Docteur RANDRIAMORA Edmond,
Docteur RAMANANTENA Gilbert,
Docteur RAKOTOFIRINGA Jean Marc

hitsara ity asako ity, ary ankasitrahana lehibe ny fanitsiana sy fanatsaràna izay noentin'izy ireo.

Isaorana manokana Andriamatoa Docteur JAOMIARY Antonio, izay na dia any tany lavitra aza dia teo foana nanampy sy nanoro hevitra tamin'ny fanantotosana ity asa ity.

Tiako ihany koa ny misaotra ny orinasa JIRAMA nanome ireo tarehimarika momba ny « Réseau Interconnecté d'Antananarivo » izay tena nanampy tamin'ny fanantontosana ity asa ity.

Isaorana ihany koa ireo mpampianatra rehetra izay tsy niafahafa nampita fahaizana tamiko sy nanampy tamin'ny fianarana rehetra.

Farany, dia tiako ny misaotra an'ireo rehetra izay nanampy, na akaiky na lavitra, fa indrindra ny fianakaviana tamin'ny fanantotosana izao.

REMERCIEMENTS

Tout d'abord, j'aimerais dédicacer cette thèse à la mémoire du Défunt Professeur ANDRIANAHARISON Yvon, qui a proposé ce thème et m'a dirigé pendant l'élaboration de certains points de ce projet.

Ensuite, je tiens à adresser mes remerciements au Professeur RAKOTOSAONA Rijalalaina, le Directeur de l'Ecole Supérieure Polytechnique d'Antananarivo, et Docteur RANDRIAMORA Edmond, le Chef de la Mention Génie Electrique, ainsi que Docteur RAKOTONIAINA Solofo Hery, le Responsable de la formation Master à visée de recherche parcours Ingénierie des Systèmes Electriques et Développement Durable.

Je suis honoré par la présence de :

- Président de jury : Docteur RAKOTONIAINA Solofo Hery
- Examineurs : Docteur RANDRIAMORA Edmond,
Docteur RAMANANTENA Gilbert,
Docteur RAKOTOFIRINGA Jean Marc

d'avoir accepté de juger ce travail en espérant qu'ils trouveront dans ce projet de quoi être satisfait et auront la gratitude de l'enrichir avec leurs critiques et corrections.

Une profonde gratitude à l'égard de Docteur JAOMIARY Antonio, mon Directeur de mémoire, de m'avoir soutenu et dirigé dans les travaux de réalisation de ce mémoire.

Mes remerciements à la JIRAMA d'avoir fournie les données utiles concernant le Réseau Interconnecté d'Antananarivo pour l'élaboration de ce mémoire.

Je tiens également à remercier tous les enseignants au sein de la formation Master à visée de Recherche qui ont bien voulu me transmettre leur savoir.

Enfin, un sincère remerciement à toute ma famille pour son encouragement et à tous ceux, de près ou de loin, qui ont contribué par ses conseils pour la réalisation de ce mémoire.

TABLE DES MATIERES

FISAORANA	i
REMERCIEMENTS	ii
TABLE DES MATIERES.....	iii
NOTATIONS	vii
LISTE DES TABLEAUX	ix
LISTE DES FIGURES	x
INTRODUCTION GENERALE.....	1
CHAPITRE 1	
GENERALITES SUR LES RESEAUX D'ENERGIE ELECTRIQUE	3
1.1 Introduction.....	3
1.2 Historique	3
1.3 Constitutions d'un réseau d'énergie électrique.....	5
1.3.1 Hiérarchisation d'un réseau.....	5
1.3.2 Equipements d'un réseau.....	8
1.4 Topologies des réseaux électriques.....	11
1.4.1 Différentes topologies des réseaux électriques.....	11
1.4.2 Intérêts des réseaux en structure maillée	13
1.5 Stabilité des réseaux électriques	16
1.5.1 Facteurs influençant la stabilité.....	16
1.5.2 Réglage d'un réseau électrique	17
1.6 Analyse des réseaux d'énergie électrique	19
1.6.1 Méthodes analytiques	19
1.6.2 Méthodes numériques.....	20
1.7 Conclusion	22
CHAPITRE 2	
MODELISATION D'UN RESEAU D'ENERGIE ELECTRIQUE	23
2.1 Introduction.....	23
2.2 Représentations schématiques des éléments du réseau.....	23
2.2.1 Symboles des éléments.....	23
2.2.2 Comparaison de diverses méthodes de schématisation.....	24
2.3 Les grandeurs électriques.....	24

2.3.1	<i>Convention de signe</i>	24
2.3.2	<i>Cas d'un circuit monophasé</i>	25
2.3.3	<i>Cas d'un système triphasé</i>	26
2.4	Représentation des grandeurs électriques en système per unit.....	27
2.4.1	<i>Tension, courant et puissance en per unit</i>	27
2.4.2	<i>Impédance et admittance</i>	27
2.4.3	<i>Changement de base</i>	28
2.5	Modélisation des branches, des charges, des transformateurs, des machines synchrones.....	29
2.5.1	<i>Modélisation d'une branche du réseau</i>	29
2.5.2	<i>Modélisation des charges</i>	29
2.5.3	<i>Modélisation des transformateurs</i>	30
2.5.4	<i>Modélisation des machines synchrones</i>	31
2.6	Modélisation des lignes.....	31
2.6.1	<i>Schémas équivalents monophasés</i>	32
2.6.2	<i>Constante ABCD</i>	33
2.6.3	<i>Les constantes linéiques des lignes aériennes</i>	34
2.7	Conclusion.....	42
 CHAPITRE 3		
MODELISATION DE L'ECOULEMENT DE PUISSANCE.....		43
3.1	Introduction.....	43
3.2	Principe de la répartition de puissance.....	43
3.2.1	<i>Bilan de puissance</i>	43
3.2.2	<i>Classification des nœuds dans un réseau électrique</i>	44
3.2.3	<i>Objectif</i>	44
3.3	Mise en équation.....	45
3.3.1	<i>Topologie et paramètres du réseau</i>	45
3.3.2	<i>Conversion en système per-unit</i>	46
3.3.3	<i>Etablissement de la matrice des admittances nodales</i>	46
3.3.4	<i>Détermination des inconnues</i>	47
3.3.5	<i>Equations à résoudre</i>	47
3.4	Résolution par la méthode de Gauss-Seidel.....	50
3.4.1	<i>Description de la méthode de Gauss-Seidel</i>	50
3.4.2	<i>Application de la méthode de Gauss-Seidel au calcul de Load Flow</i>	52
3.5	Résolution par la méthode de Newton-Raphson.....	53
3.5.1	<i>Description de la méthode de Newton-Raphson</i>	53

3.5.2	<i>Application de la méthode de Newton-Raphson au calcul de Load Flow</i>	55
3.6	Autres méthodes de résolution	58
3.6.2	<i>Découplage actif-réactif et découplage rapide</i>	59
3.6.3	<i>DC Flow</i>	61
3.6.4	<i>Optimisation des puissances actives</i>	62
3.7	Conclusion	62
CHAPITRE 4		
APPLICATION AUX RESEAUX MAILLES		63
4.1	Introduction	63
4.2	Présentation des outils de conception et de simulation	63
4.2.1	<i>Matlab GUIDE</i>	63
4.2.2	<i>Power World Simulator</i>	63
4.3	Organigrammes des méthodes utilisées pour la conception du programme	64
4.3.1	<i>Organigramme pour la conversion des grandeurs électriques en système per-unit</i>	65
4.3.2	<i>Organigramme pour l'établissement de la matrice des admittances</i>	66
4.3.3	<i>Organigramme de la méthode de Gauss-Seidel</i>	66
4.3.4	<i>Organigramme de la méthode de Newton-Raphson</i>	68
4.3.5	<i>Organigramme pour le calcul des résultats Load Flow</i>	69
4.4	Présentation et test du programme	69
4.4.1	<i>Insertion des données</i>	70
4.4.2	<i>Conversion en système Per-Unit</i>	71
4.4.3	<i>Matrice des admittances</i>	71
4.4.4	<i>Résolution avec la méthode de Gauss-Seidel</i>	72
4.4.5	<i>Résolution avec la méthode de Newton-Raphson</i>	74
4.5	Analyse des résultats	75
4.5.1	<i>Simulation avec le logiciel Power World</i>	76
4.5.2	<i>Comparaison des résultats de notre programme avec Power World</i>	77
4.5.3	<i>Comparaison des méthodes de Gauss-Seidel et de Newton-Raphson</i>	78
4.5.4	<i>Analyse du comportement du réseau</i>	79
4.6	Application avec le Réseau Interconnecté d'Antananarivo	80
4.6.1	<i>Données du RIA</i>	81
4.6.2	<i>Conversion des données du RIA en per-unit</i>	84
4.6.3	<i>Classification des nœuds PV, PQ et nœud bilan</i>	84
4.6.4	<i>Résultats Load Flow du RIA avec Gauss-Seidel</i>	85
4.6.5	<i>Résultats Load Flow du RIA avec Newton-Raphson</i>	87
4.7	Conclusion	89

CONCLUSION ET PERSPECTIVES	90
ANNEXES	91
Annexe 1 : Matrice des admittances avec la méthode des nœuds indépendants	91
Annexe 2 : Extraits de code du programme Load Flow	93
Annexe 3 : Le Réseau Interconnecté d'Antananarivo (données 2016)	108
Annexe 4 : Le Réseau Interconnecté d'Antananarivo (données 2020)	113
Annexe 5 : Résultats Load Flow du RIA avec notre programme	118
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	124
WEBOGRAPHIE	126
FICHE DE RENSEIGNEMENTS	127
RESUME ET MOTS CLES	
ABSTRACT AND KEYS WORDS	

NOTATIONS

1. Abréviations

ADER	Agence de Développement de l'Electricité Rurale
ARELEC	Agence de Régulation de l'Electricité
BT	Basse Tension
BTA	Basse Tension A (50V à 500V)
BTB	Basse Tension B (500V à 1kV)
DC-Flow	Direct Current Flow
EDF	Electricité de France
GUI	Graphical User Interface
GUIDE	Graphical User Interface Development Environment
HTA	Haute Tension A (1kV à 50kV)
HTB	Haute Tension B (50kV et plus)
IPP	Independant Power Providers
JIRAMA	Jiro sy Rano Malagasy
LF	Load Flow
LFD	Load Flow Determinist
LFP	Load Flow Probabilist
MEH	Ministère de l'Energie et des Hydrocarbures
MT	Moyenne Tension
OPF	Optimal Power Flow
ORE	Office de Régularisation de l'Electricité
PWS	Power World Simulator
RIA	Réseau Interconnecté d'Antananarivo
TBT	Très Basse Tension
THT	Très Haute Tension
TR ou Transfo	Transformateur

2. Symboles

$p(t)$	Puissance instantannée
$v(t)$	Tension instantannée
$i(t)$	Courant instantannée
S	Puissance apparente
P	Puissance active
Q	Puissance réactive
V ou U	Module de tension
θ	Angle de phase de la tension
I	Module de courant
Z	Impédance
Y	Admittance

ω	Pulsation
f	Fréquence
R	Résistance
X	Réactance
L	Inductance
C	Capacité
M	Inductance mutuelle
G	Conductance
B	Susceptance
X_{pu}	Grandeur X en per unit
X_B	Grandeur de base de X
pu	Per-Unit
ρ	Résistivité
γ	Conductivité
B	Champ d'induction magnétique
μ_0	Perméabilité du vide
P_G ou P_{gen}	Puissance active générée
Q_G ou Q_{gen}	Puissance réactive générée
P_L ou P_{ch}	Puissance active Load ou consommée par les charges
Q_L ou Q_{ch}	Puissance réactive Load ou consommée par les charges
P_{ij} , Q_{ij} , S_{ij}	Puissance transitée du nœud i vers le nœud j
$[J^k]$	Matrice Jacobien
$[Y]$ ou $[Y_{bus}]$	Matrice des admittances
$Y/2$ ou Y_{sh} ou Y_{ch}	Admittance transversale

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.01 : Ordres de grandeurs d'unités de production en fonction de la technologie utilisée [2]	6
Tableau 1.02 : Puissance transmissible et distance [2].....	8
Tableau 1.03 : Causes et conséquences des perturbations dans un réseau	16
Tableau 2.01 : Grandeurs électriques	25
Tableau 2.02 : Puissances absorbées par les dipôles élémentaires (convention moteur)	26
Tableau 2.03 : Constantes ABCD des lignes de transmission.....	34
Tableau 3.01 : Classification des nœuds	44
Tableau 3.02 : Données connues du réseau [14]	45
Tableau 4.01 : Comparaison des tensions (Power World et Gauss-Seidel)	77
Tableau 4.02 : Comparaison des puissances injectées (Power World et Gauss-Seidel)	77
Tableau 4.03 : Comparaison des courants transités (Power World et Gauss-Seidel).....	77
Tableau 4.04 : Comparaison des puissances transitées (Power World et Gauss-Seidel)	78
Tableau 4.05 : Comparaison des tensions (Gauss-Seidel et Newton-Raphson).....	78
Tableau 4.06 : Comparaison des puissances injectées (Gauss-Seidel et Newton-Raphson).....	78
Tableau 4.07 : Comparaison des courants transités (Gauss-Seidel et Newton-Raphson).....	79
Tableau 4.08 : Comparaison des puissances transitées (Gauss-Seidel et Newton-Raphson).....	79
Tableau 4.09 : Données des nœuds du RIA	81
Tableau 4.10 : Données des lignes du RIA	82
Tableau 4.11 : Données des transformateurs du RIA.....	83
Tableau 4.12 : Classification des nœuds par zone en fonction des tensions nominales.....	84
Tableau 4.13 : Classification des nœuds PV, PQ et nœud bilan	84
Tableau 4.14 : Résultats Load Flow du RIA avec Gauss-Seidel.....	85
Tableau 4.15 : Résultats Load Flow du RIA avec Newton-Raphson.....	87

LISTE DES FIGURES

Figure 1.01 : Mix énergétique de la JIRAMA en 2016 [22]	4
Figure 1.02 : Vue globale d'un réseau électrique [1]	5
Figure 1.03 : Schéma de principe d'une centrale hydroélectrique [103]	6
Figure 1.04 : Schéma de principe d'une installation photovoltaïque connectée au réseau [104] ...	7
Figure 1.05 : Niveau de tension sur le réseau électrique [6][22]	7
Figure 1.06 : Aspect des pylônes [102]	9
Figure 1.07 : Appareils électriques dans un poste (A : côté primaire, B : côté secondaire) [8]...	10
Figure 1.08 : Les deux principales architectures des postes [1]	11
Figure 1.09 : Schéma d'une alimentation en simple dérivation [13]	11
Figure 1.10 : Schéma d'une alimentation en double dérivation [13]	12
Figure 1.11 : Schéma d'une alimentation en coupure d'artères	12
Figure 1.12 : Différentes topologies des réseaux électriques [105]	12
Figure 1.13 : Réseaux en échelle (ligne de 10 jeux de barres) [18]	13
Figure 1.14 : Réseaux ramifiés (ligne de 33 jeux de barres) [18]	13
Figure 1.15 : Variantes des réseaux en coupure d'artères [8]	13
Figure 1.16 : Illustration du report de charge à l'état normal [107]	14
Figure 1.17 : Illustrations de la répartition des charges en cas d'incident [107]	15
Figure 1.18 : Optimisation de la répartition de l'énergie entre les lignes par modification de la topologie du réseau [107]	15
Figure 1.19 : Exemple d'un centre de dispatching d'un réseau électrique [8]	18
Figure 2.01 : Symboles des éléments d'un circuit monophasé et triphasé [14]	23
Figure 2.02 : Symboles des schémas unifilaires [14]	23
Figure 2.03 : Comparaison des diverses méthodes de schématisation [14]	24
Figure 2.04 : Dipôle, conventions d'orientation du courant par rapport à la tension [10]	24
Figure 2.05 : Système triphasé équilibré	26
Figure 2.06 : Charge équilibrée triphasée en étoile	27
Figure 2.07 : Schéma unifilaire d'une branche	29
Figure 2.08 : Modèle de la charge en système per unit [14]	29
Figure 2.09 : Modèle d'un transformateur [14]	30
Figure 2.10 : Modèle d'un transformateur en système per unit [14]	31
Figure 2.11 : Modèle simplifié de la machine synchrone [14]	31
Figure 2.12 : Schéma en π symétrique	32
Figure 2.13 : Schéma en π asymétrique	32

Figure 2.14 : Schéma en T symétrique.....	32
Figure 2.15 : Schéma en T asymétrique.....	32
Figure 2.16 : Modélisation d'une ligne par constante répartie [15].....	33
Figure 2.17 : Représentation schématique d'un réseau à deux extrémités utilisant des constantes ABCD.....	33
Figure 2.18 : Modèle des lignes aériennes triphasées.....	34
Figure 2.19 : Image d'une ligne triphasée en nappe-voûte par rapport au sol.....	35
Figure 2.20 : Exemple élémentaire d'une ligne avec 3 conducteurs (composantes transversales).....	40
Figure 2.21 : Schéma équivalent direct d'une ligne avec 3 conducteurs (composantes transversales).....	41
Figure 2.22 : Schéma équivalent homopolaire d'une ligne avec 3 conducteurs (composantes transversales).....	42
Figure 3.01 : Commande des puissances dans un réseau électrique.....	43
Figure 3.02 : Exemple de topologie d'un réseau électrique [14].....	45
Figure 3.03 : Schéma équivalent en per-unit du réseau exemple [14].....	46
Figure 3.04 : Schéma équivalent en π d'une ligne entre deux nœuds i et j.....	49
Figure 3.05 : Méthode itérative de Newton-Raphson [19].....	53
Figure 3.06 : Evolution des méthodes de l'écoulement de puissance [4].....	59
Figure 3.07 : DC Flow.....	61
Figure 4.01 : Organigramme principale du programme Load Flow.....	64
Figure 4.02 : Organigramme pour la conversion des grandeurs en système per-unit.....	65
Figure 4.03 : Organigramme pour l'établissement de la matrice des admittances.....	66
Figure 4.04 : Organigramme de la méthode de Gauss-Seidel.....	67
Figure 4.05 : Organigramme de la méthode de Newton-Raphson.....	68
Figure 4.06 : Organigramme pour le calcul des résultats finals Load Flow.....	69
Figure 4.07 : Interface d'insertion des données.....	70
Figure 4.08 : Interface de conversion en système Per-Unit.....	71
Figure 4.09 : Interface Matrice admittance Ybus.....	71
Figure 4.10 : Résultats Load Flow avec la méthode de Gauss-Seidel.....	72
Figure 4.11 : Résultats Load Flow en per-unit avec la méthode de Gauss-Seidel.....	73
Figure 4.12 : Résultats Load Flow avec la méthode de Newton Raphson.....	74
Figure 4.13 : Résultats Load Flow en per-unit avec la méthode de Newton Raphson.....	75
Figure 4.14 : Simulation d'un réseau maillé à 4 nœuds avec Power World.....	76
Figure 4.15 : Résultats de la simulation d'un réseau maillé à 4 nœuds avec Power World.....	76

Figure 4.16 : Influence des puissances réactives absorbées et générées sur la tension en un nœud	79
Figure 4.17 : Influence des puissances actives absorbées sur la tension en un nœud	80
Figure 4.18 : Résultats Load Flow du RIA avec Gauss-Seidel	85
Figure 4.19 : Résultats Load Flow du RIA avec Newton-Raphson	87

INTRODUCTION GENERALE

« Les coupures de l'électricité sont de retour après les fêtes. Ce 28 juin, plusieurs quartiers d'Antananarivo et ses périphéries sont actuellement privés d'électricité », selon l'actualité de Madagascar en continu sur <https://actu.orange.mg/> le 28 juin 2022. En effet, selon la JIRAMA, Compagnie nationale d'électricité, il s'agit d'un problème d'approvisionnement sur le réseau de distribution d'électricité en raison notamment des vents violents qui provoquaient des dysfonctionnements sur le réseau et des dégâts sur les infrastructures. Toutefois, peu importe la raison, la population a montré leur insatisfaction partout dans les réseaux sociaux, preuve que l'énergie électrique assure la stabilité et le développement d'un pays.

Le besoin en électricité et l'énergie produite par les centrales électriques, varient avec le temps en fonction des activités humaines et des conditions climatiques. Puisque on ne peut pas stocker l'énergie électrique en grande quantité, alors il y a des périodes où la production ne satisfait pas la demande, et d'autres un surplus d'énergie. De plus, les pics de consommation augmentent avec les nombres de la population et des industries. A cause de ces contraintes inévitables de l'impossibilité de stocker l'énergie et le caractère aléatoire de la charge, et également de la lutte contre le réchauffement climatique, la tendance actuelle est de promouvoir l'utilisation des énergies renouvelables et de décentraliser la production d'électricité. Le réseau d'énergie électrique fait donc face à plusieurs défis : Comment intégrer les nouvelles productions aux réseaux publics de distribution d'électricité existants ? Comment le réseau peut-il évoluer pour assurer la demande croissante en électricité ? Et comment faire évoluer ce réseau sans que le prix de l'électricité ne s'envole, tout en respectant l'environnement ?

D'ici 2030, l'Organisation des Nations Unies envisage dans son septième objectif de développement durable, de garantir l'accès de tous à des services énergétiques fiables, durables et modernes, à un coût abordable, d'accroître nettement la part de l'énergie renouvelable dans le bouquet énergétique mondial, et de multiplier par deux le taux mondial d'amélioration de l'efficacité énergétique ^[110]. Contribuer à ces objectifs est une des raisons pour lequel ce mémoire a été dédié.

Le présent mémoire est intitulé : « Calcul numérique de la répartition des puissances – cas des réseaux maillés ». En effet, l'objectif de l'étude de la répartition ou de l'écoulement de puissance est de rendre le réseau électrique stable, économique et fiable. Le calcul de la répartition de puissance est nécessaire pour définir l'état du réseau, donc les charges connectées, les amplitudes de courants, la tension, les puissances active et réactive au niveau de chaque nœud et dans chaque partie du réseau (lignes, câbles, transformateurs, ...). La connaissance de ces données permet de définir les instructions de réglage pour les machines du réseau afin de diminuer les pertes d'énergies et de satisfaire les demandes tout en tenant compte de la quantité d'énergie disponible au niveau de chaque centrale.

L'étude de l'état des réseaux électriques devient plus facile avec l'avancé des nouvelles technologies de production, d'automatisation et de communication dans le domaine de l'énergie.

Cette évolution conduit de nombreuses industries et de services d'électricité dans le monde à moderniser à grande échelle leurs installations en équipant le réseau de divers points de mesures, de contrôle et de télécommunication, voir des « compteurs intelligents ». Le réseau devient ainsi pilotable dynamiquement, donc la production et la distribution peuvent s'adapter de façon dynamique à l'offre et à la demande électrique, y compris lors d'incident technique et d'aléas climatique. Un tel réseau est ainsi appelé « réseau électrique intelligent » (ou « Smart GRID » en anglais). Cependant, l'adaptation de cette technologie s'avère encore difficile pour le cas de nombreux pays en voie de développement, y compris Madagascar. D'où la problématique : Est-il possible de rendre efficace un réseau électrique non intelligent ?

Notre objectif de recherche est donc d'obtenir des résultats proches de la réalité lors de l'analyse de la situation d'un réseau électrique en utilisant un programme numérique pour le calcul de la répartition des puissances dans le réseau. Bien que de nombreux logiciels d'analyse de réseaux existent actuellement, ces derniers ont une contrainte commune : ils cherchent avant tout à répondre aux besoins de l'utilisateur final en proposant des interfaces et algorithmes de calculs pour faciliter la modélisation et l'analyse de réseaux dont les paramètres et les topologies sont le plus souvent invariants. Pour traiter plusieurs variantes aux scénarios de base modélisés par l'utilisateur, les logiciels proposent généralement l'utilisation de modules d'analyse de contingence qui s'appuient sur des listes de scénarios prédéfinies par l'utilisateur. L'utilisateur doit donc intervenir sur son modèle de réseau à chaque fois qu'il souhaite modifier son scénario de base. Néanmoins, pour personnaliser les études de réseaux, certains logiciels offrent l'accès à des scripts qui permettent de modifier des restrictions imposées par les interfaces entre l'utilisateur et le code source des logiciels. Cette méthode nécessite des aptitudes avancées en programmation et n'est pas efficace étant donné que la supervision d'un réseau électrique effectuée par l'équipe du dispatching se fait en permanence. Nous allons donc fixer également comme objectif de concevoir un outil qui rendra plus accessible et facile la programmation d'études paramétriques de réseaux électriques par l'utilisateur final. Notre étude sera focalisée sur les réseaux électriques maillés, qui est une architecture adéquate à la production décentralisée.

Le calcul de la répartition des puissances se fait en supposant que les consommations et productions spécifiées en chaque nœud du réseau sont connues. Nous tiendrons compte des contraintes de fonctionnements telles que la limite d'échauffement et la stabilité de fonctionnement des productions réactives des générateurs, les pertes actives dans toutes les branches et les transits de puissance réactive. Pour la résolution des problèmes, nous allons utiliser et comparer les méthodes numériques de Newton-Raphson et de Gauss-Seidel.

Ainsi, nous allons diviser ce mémoire en 4 chapitres :

- La première partie sera consacrée à une description indispensable de notre domaine de travail qui est le réseau d'énergie électrique
- Dans la deuxième partie sera présentée la modélisation d'un réseau d'énergie électrique
- La troisième partie abordera la modélisation de l'écoulement des puissances
- Dans la dernière partie, on verra une application, le programme utilisé et les résultats obtenus.

CHAPITRE 1

GENERALITES SUR LES RESEAUX D'ENERGIE ELECTRIQUE

1.1 Introduction

Le concept de réseaux électriques a été introduit par Thomas Edison en 1878 qui cherchait à générer de l'énergie électrique et à la distribuer par un réseau d'éclairage ^[101]. Depuis cette époque, les réseaux d'énergie électrique ne cessaient d'évoluer. Quelques historiques de cette évolution seront présentés dans le paragraphe qui suit cette introduction.

Comme ce qui était dit dans l'introduction générale, un réseau électrique est un ensemble d'outils destiné, d'une part, à produire, transporter, distribuer l'énergie électrique, et d'autre part, à veiller sur la qualité de cette énergie notamment la continuité de service et la qualité de la tension. Nous allons parler un peu plus de ces outils dans ce chapitre. Nous allons également voir les différentes topologies d'un réseau, qui sont indispensables pour l'opérateur chargé d'exploiter le réseau.

Des études et analyses sont nécessaires pour assurer le bon fonctionnement du réseau électrique, mieux gérer le réseau en régime perturbé et assurer un dispatching économique (produire à moindre coût). Nous allons donc voir, dans ce chapitre, une énumération des méthodes d'analyse d'un réseau électrique qui existe jusqu'à nos jours.

1.2 Historique

L'industrie de réseau électrique a commencé en 1882 où la première centrale électrique Pearl Street à New York a été inaugurée par Thomas Edison ^[101]. Cette centrale utilise des machines à vapeur qui entraînent des génératrices à courant continu pour fournir une puissance électrique de 30 kW à une tension de 110V pour l'éclairage (lampes incandescentes) de 59 maisons. Ensuite diverses innovations sont apparues partout dans le monde, dont voici quelques-unes [4] [101]:

- 1884 : Frank J. Sprague produit des moteurs à courant continu pour les utiliser dans les réseaux électriques d'Edison, et développe le système courant continu à trois fils 220V.
- 1885 : développement par William Stanley d'un transformateur pratique permettant le transport à courant alternatif à des tensions plus élevées et à plus grandes distances.
- 1888 : Nikola Tesla présente un article sur les moteurs d'induction et synchrones biphasés mettant en évidence les avantages des systèmes polyphasés par rapport au monophasé. Cette année est également marqué par l'arrivée de l'électricité d'origine éolienne.
- 1891 : Installation de la première ligne triphasée en Allemagne (12 kV, 179 km).
- 1893 : Installation de la première ligne triphasée en Californie (2.3 kV, 12 km).
- 1904 : Apparition de l'électricité d'origine géothermique.
- 1946 : Naissance de l'Electricité de France (EDF).
- 1956 : Mise en service du premier réacteur producteur d'électricité.
- 2000 : Mise en service du premier réseau électrique intelligent (Smart Grid) Européen.

- 2007 : Apparition du compteur communicant (Linky) permettant de suivre la consommation des clients à distance.
- 2016 : Premier parc hydroliennes, dont des turbines plus ou moins subaquatique utilise l'énergie cinétique des courants marins ou des cours d'eau pour produire, grâce à un alternateur, de l'énergie électrique.

Pour le cas de Madagascar, la fourniture électrique s'organise autour du réseau de la JIRAMA ou Jiro sy RAno Malagasy, société nationale d'eau et d'électricité, créée en 1975. Depuis la mise en service en 1980 de la centrale hydroélectrique d'Andekaleka par la JIRAMA, l'augmentation des capacités de production s'est faite en grande partie au bénéfice d'installations thermiques et d'opérateur privés (IPP ou « Independant Power Providers » ou producteur indépendant d'électricité), permettant de répondre dans l'urgence à la hausse de la demande. La part de la production hydraulique a ainsi diminué par rapport à la production des centrales thermiques, s'élevant à 53.7% en 2016 quand elle était de 68% en 2001 (figure 1.01) [22].

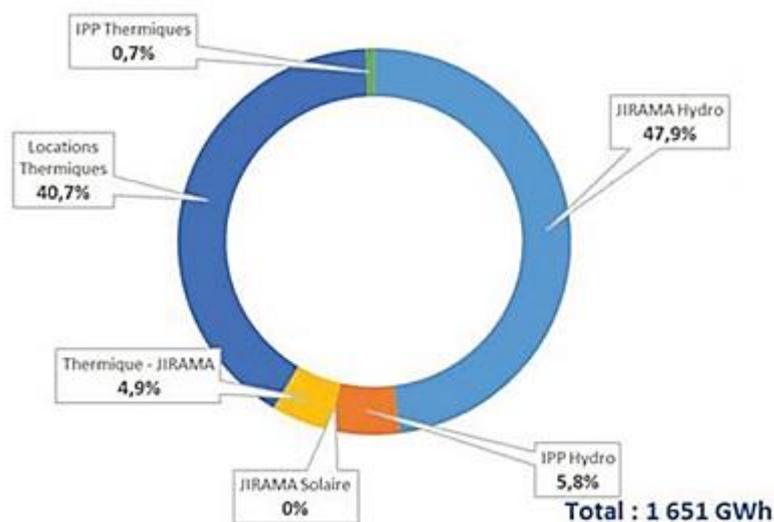


Figure 1.01 : Mix énergétique de la JIRAMA en 2016 [22]

L'offre en électricité ne couvre pas la totalité du territoire malgache : il n'existe que trois réseaux interconnectés, autour des agglomérations d'Antananarivo-Antsirabe (RIA ou Réseau Interconnecté d'Antananarivo), de Fianarantsoa et de Toamasina. La longueur totale des lignes de transport existante s'élève à 944,37 km (en 2011). Le RIA concentre plus de 68% de la production électrique totale, grâce à l'existence de 12 centrales, dont 5 hydroélectriques. Hors des réseaux interconnectés, les centrales (le plus souvent thermiques) fonctionnent de manière indépendante et alimentent directement une zone limitée (Mini-réseau) [5].

Pour remédier aux prix de l'électricité à Madagascar, qui comparativement apparaissent très élevés par rapport à d'autres pays africains, l'Etat à travers le Ministère en charge de l'énergie, l'ARELEC (Agence de Régulation de l'Electricité), l'ADER (Agence de Développement de l'Electrification Rurale) et la JIRAMA, vise à exploiter les sources d'énergies renouvelables, largement disponibles dans le pays.

1.3 Constitutions d'un réseau d'énergie électrique

1.3.1 Hiérarchisation d'un réseau

La figure 1.02 illustre une vue globale du réseau électrique. On distingue généralement trois niveaux : production, transport, et distribution.

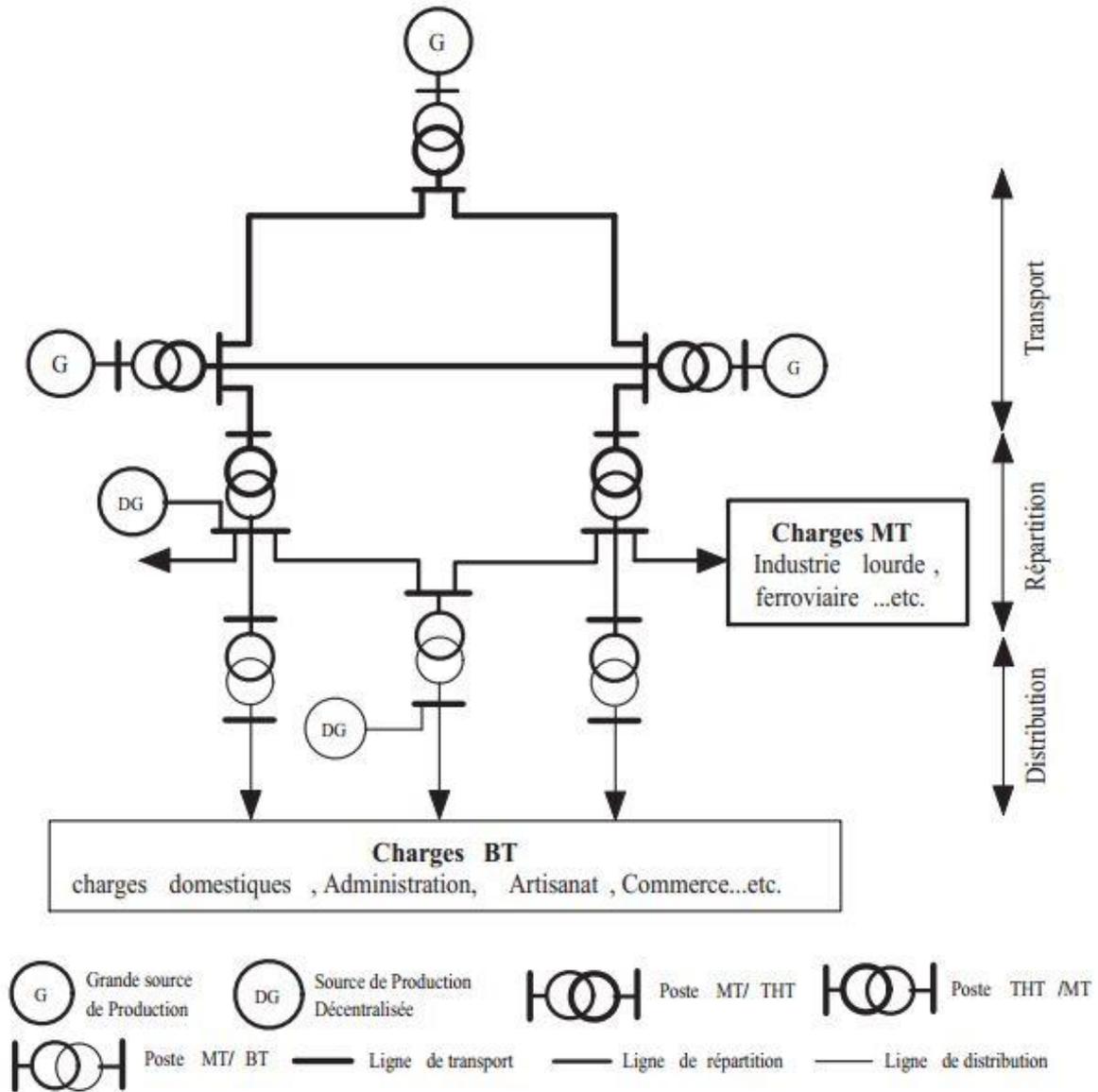


Figure 1.02 : Vue globale d'un réseau électrique [1]

1.3.1.1 Production

La production de l'électricité repose sur le principe de la transformation d'énergie primaire en énergie électrique. Selon l'origine, on distingue deux grandes catégories de sources primaires :

- Sources primaires fossiles : fioul, charbon, gaz, uranium.
- Sources primaires renouvelables : eau, soleil, vent, biomasse, géothermie.

Pour les centrales à combustibles, la chaleur dégagée par la combustion produit de la vapeur faisant tourner une turbine qui entraîne à son tour un alternateur pour produire de l'électricité. Pour les sources de types renouvelables, à l'exception de la biomasse, le principe de

fonctionnement est différent : pour le cas des centrales hydroélectriques et éoliennes, la source primaire (respectivement l'eau et le vent) entraîne directement la turbine, pour le cas des centrales solaires, la production de l'électricité est basée sur une transformation directe de la lumière solaire en énergie électrique grâce à l'effet photovoltaïque.

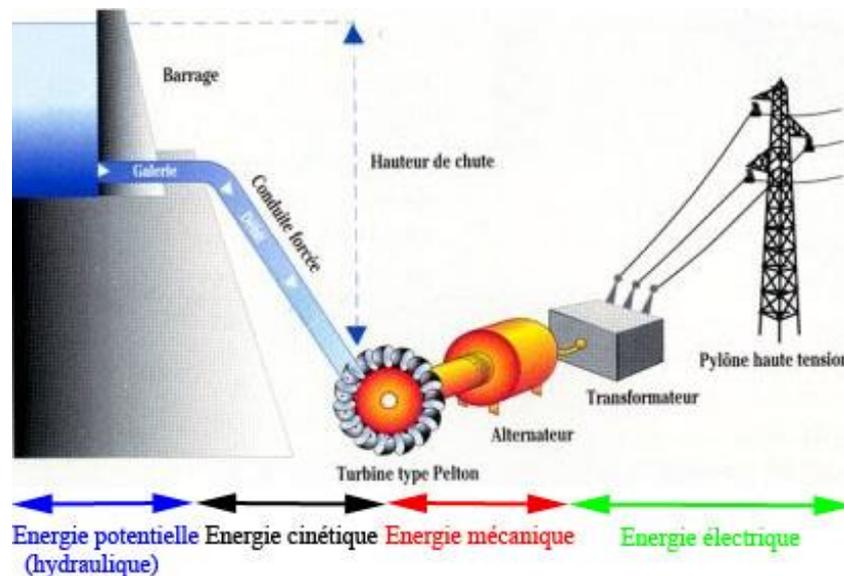


Figure 1.03 : Schéma de principe d'une centrale hydroélectrique [103]

Le choix d'un type de centrale dépend également du coût de production et l'ordre de grandeur de puissance qu'elle peut fournir (Tableau 1.01).

Tableau 1.01 : Ordres de grandeurs d'unités de production en fonction de la technologie utilisée [2]

Type de centrale	Puissance
Centrale nucléaire	900 à 1650 MW
Centrale Eolienne	2 à 10 MW (1 éolienne)
Centrale hydro-électrique	Quelques kW à 1800 MW
Centrale thermique à flamme	120 à 700 MW
Centrale photovoltaïque	1 kWc pour 6 m ² de panneau PV

L'électricité n'est pas stockable, par conséquent, il faut relier directement les centres de production aux consommateurs, en utilisant les réseaux de transport et de distribution, et maintenir en temps réel l'équilibre entre les puissances injectées et soutirées grâce à la décentralisation des productions.

1.3.1.2 Production décentralisée

La libéralisation des marchés dans le secteur énergétique permet à des particuliers d'injecter leur production sur le réseau électrique en bénéficiant d'un prix de revente intéressante. Ces unités de production peuvent être des panneaux photovoltaïques de quelques kilowatts sur le toit d'une maison ou encore une ferme de quelques dizaines de kilowatts de panneaux solaires, d'éoliennes ou une mini-centrale de cogénération. Etant donné que leurs puissances sont généralement faibles (surtout dans des conditions météorologiques négatives), alors ils peuvent aussi faire

appel à de l'énergie du réseau, engendrant ainsi des flux bidirectionnels de l'énergie et amène des complications dans la gestion des réseaux.

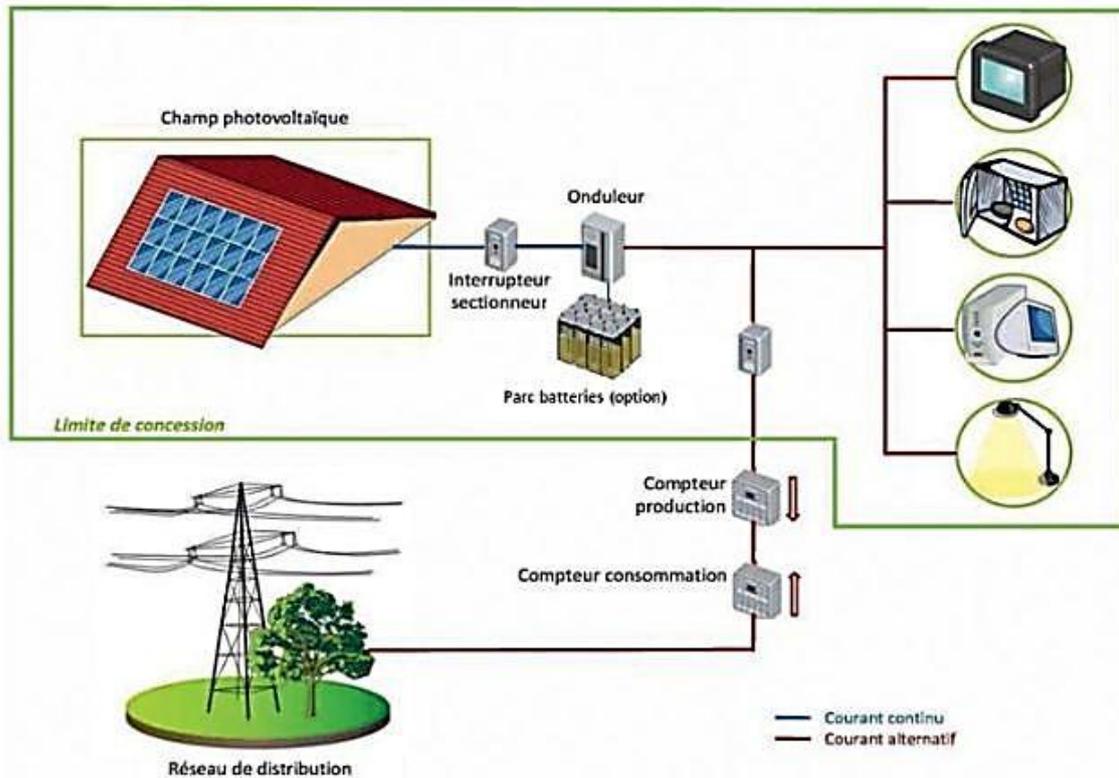


Figure 1.04 : Schéma de principe d'une installation photovoltaïque connectée au réseau [104]

1.3.1.3 Transport

Le réseau de transport achemine l'électricité produite, sur une très grande distance des sites de production aux postes sources du réseau de distribution. Il est constitué de lignes exploitées en Haute Tension, de sorte à réduire le courant et minimiser les pertes Joules, ainsi les chutes de tension sur les longues distances [3].

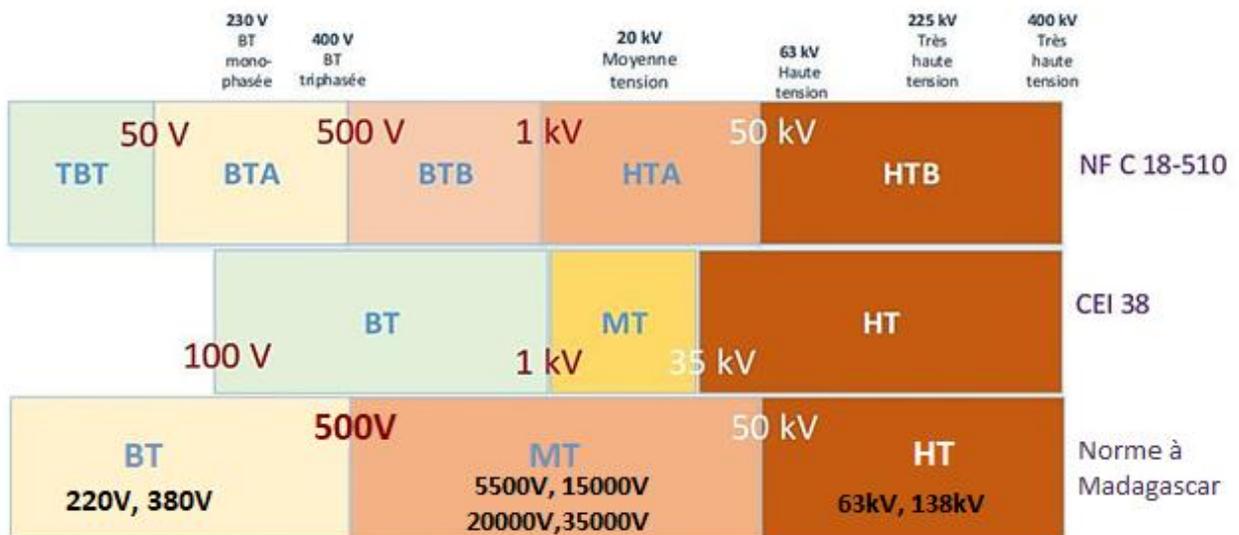


Figure 1.05 : Niveau de tension sur le réseau électrique [6][22]

La puissance transmissible dépend des caractéristiques des lignes (isolant, section du conducteur, type de support), des conditions d'exploitation (tension et courant admissibles, chute de tension limite, topologie en cas d'incident) et de la longueur de transport (tableau 1.02).

Tableau 1.02 : Puissance transmissible et distance [2]

Tension (kV)	Puissance (MW)	Distance (km)
63	20	
150	80	100
225	200	200
400	700	400
	1200	100
750	2500	200
	1000	600

Le réseau de transport fonctionne suivant des critères de tension et de fréquence bien définis. Pour le cas de Madagascar, la fréquence nominale est de 50Hz. Tout déséquilibre entre la production et la consommation dans le système se traduit par un décalage de la fréquence par rapport à sa valeur nominale.

Le réseau de répartition prend sa source dans le réseau de transport à partir des postes d'interconnexion THT/HT(MT) et sert à fournir les gros consommateurs industriels sous moyenne tension, et à répartir les puissances dans différentes régions rurales ou urbaines [1].

1.3.1.4 Distribution

Le réseau de distribution permet l'alimentation des consommateurs finaux en moyenne (gros consommateur) ou en basse tension sur l'ensemble du territoire grâce à des postes de transformation MT/BT. En le milieu rural, le poste de distribution, constitué d'un transformateur sur poteau peut alimenter un ou deux départs BT et desservir une dizaine de clients domestiques. En zone urbaine, les postes en cabine ou en immeuble peuvent alimenter jusqu'à huit départs (voir 16 s'il y a deux transformateurs) et desservir jusqu'à 300 logements [7]. Etant donné que les charges en aval du réseau de distribution BT sont en générale des charges monophasées, alors on constate souvent un déséquilibre entre les phases du réseau. Pour éviter les surtensions dues au déséquilibre, les secondaires des transformateurs de distribution sont connectés en étoile.

Plusieurs contraintes (matérielles et climatiques) sont à tenir compte, d'une part, pour assurer la sécurité d'approvisionnement, et d'autre part, pour garantir les conditions de bon fonctionnement des équipements du réseau et des équipements électriques des utilisateurs raccordés au réseau.

1.3.2 Equipements d'un réseau

Un réseau d'énergie électrique est généralement composé des générateurs de production, des charges (consommations), des lignes (aériennes ou souterraines ou sous-marines) et postes électriques. Ces derniers sont associés avec divers dispositifs de contrôle et de protection.

1.3.2.1 Lignes électriques

Un réseau électrique utilise principalement des lignes de transmission aériennes surtout dans le transport à haute tension, pour des raisons de coût, de sécurité et de facilité d'entretien. Le terme « ligne » désigne généralement l'ensemble des éléments qui constituent le circuit de transport, dont les pylônes, les conducteurs (ou câbles), les isolateurs et parfois des câbles de garde. Les pylônes ou supports maintiennent les câbles à une certaine distance du sol pour assurer la sécurité des personnes et des installations situées au voisinage des lignes. Il existe différentes catégories et modèles de pylônes en fonction de la tension, de l'aspect des lieux, le respect de l'environnement et des conditions climatiques.

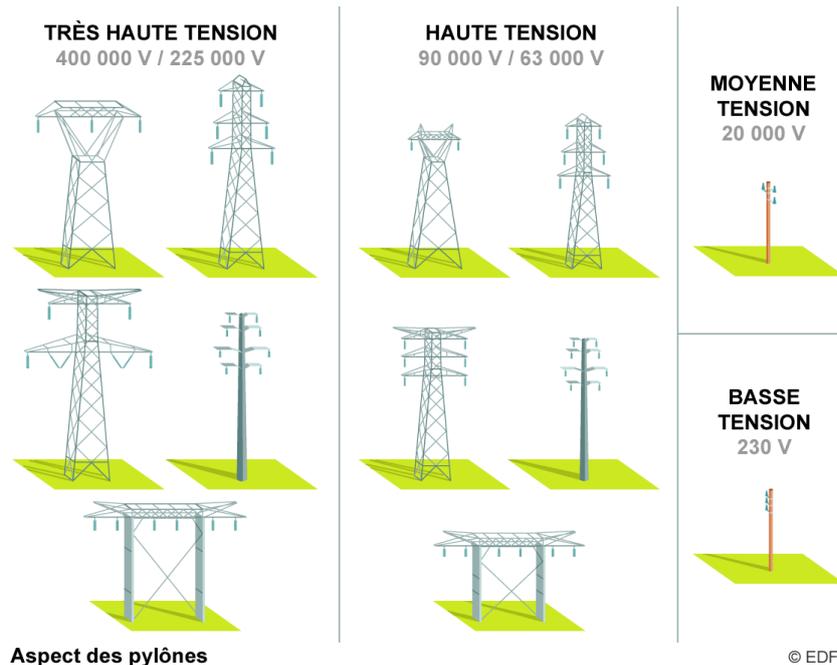


Figure 1.06 : Aspect des pylônes [102]

Les câbles de garde sont disposés au-dessus de la ligne de transport et la protège de la foudre. Les isolateurs permettent d'isoler les câbles de son support (pylône). On distingue, selon la matière de fabrication, des isolateurs en verre, en silicone et en porcelaine, et selon les critères d'utilisation (niveau de tension), les isolateurs en verre peuvent être rigides, suspendus ou en chaînes.

Dans les premiers temps du transport de l'électricité, les conducteurs électriques étaient généralement en cuivre, mais les conducteurs en aluminium ont complètement remplacé le cuivre pour les lignes aériennes en raison du coût beaucoup plus faible. Peu importe la nature des conducteurs, le courant électrique qui le traverse crée des champs électriques et magnétiques. Ces derniers ont tendance à ioniser l'air autour du conducteur, provoquant ainsi l'effet indésirable appelé « effet couronne ». D'autres effets apparaissent également au passage du courant électrique à travers le conducteur, comme « l'effet Joule » qui est la dissipation d'énergie électrique sous forme de chaleur. Ainsi, chaque conducteur possède ses propres caractéristiques résistive, inductive et capacitive. La détermination de ces caractéristiques sera présentée dans le chapitre 2.

1.3.2.2 Postes électriques

Il est essentiel de transporter l'énergie électrique sous une tension suffisamment élevée, surtout pour une longue distance de transport et pour une puissance élevée. En effet, la puissance est le produit de la tension par le courant, donc pour une puissance donnée, plus la tension est élevée, plus le courant est faible. Il en résulte ensuite des pertes par effet Joule et des sections de conducteurs plus faibles. Selon les fonctions qu'ils assurent, on distingue des postes d'interconnexion (permettant d'interconnecter deux ou plusieurs réseaux), postes de transformation (pour modifier les niveaux de tension), et les postes mixtes (interconnexion et transformation) [1].

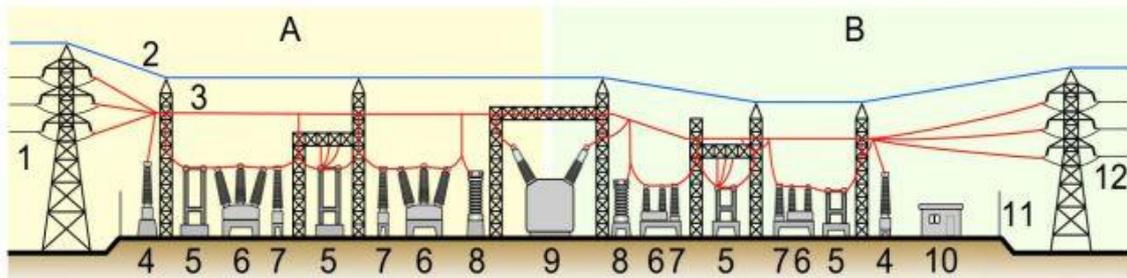


Figure 1.07 : Appareils électriques dans un poste (A : côté primaire, B : côté secondaire) [8]

La figure ci-dessus montre qu'un poste électrique est composée de plusieurs appareillages :

1. Ligne électrique primaire
2. Câble de garde
3. Ligne électrique interne (jeux de barres)
4. Transformateur de tension
5. Sectionneur
6. Disjoncteur
7. Transformateur de courant
8. Parafoudre
9. Transformateur de puissance
10. Bâtiment secondaire
11. Clôture
12. Ligne électrique secondaire.

Le transformateur de puissance, élément de base d'une poste, est le composant permettant d'élever l'amplitude de la tension alternative disponible à la sortie de l'alternateur pour l'amener aux niveaux requis pour le transport. A l'autre bout de la chaîne, du côté des consommateurs, les transformateurs sont utilisés pour abaisser la tension et la ramener aux valeurs utilisées dans les réseaux de distribution. Les transformateurs de courant et de tension sont cependant des transformateurs de mesure. En effet, comme la tension et le courant manipulés dans le poste électrique ont une valeur trop élevée pour être mesurée directement, alors les transformateurs de courant et de tension sont utilisés pour transformer la tension et/ou le courant de manière proportionnelle et sans déphasage pour alimenter des appareils de mesure, des compteurs, des relais et d'autres appareils analogues.

Dans une analyse globale d'un réseau électrique, un poste est considéré comme une « barre » ou tout simplement un « nœud » où transitent des flux de puissances. Ainsi, selon ce concept, on distingue deux familles de poste électrique : poste à couplage de barres où les jeux de barres couplent en eux les différents départs, et poste à couplage de disjoncteurs : où les disjoncteurs couplent entre eux les différents départs.

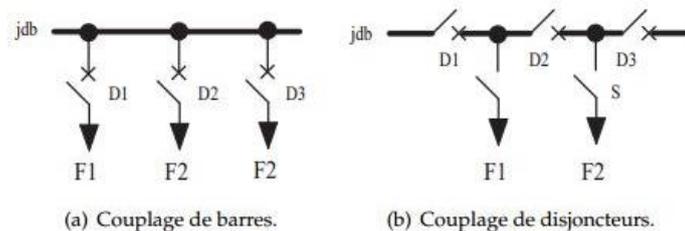


Figure 1.08 : Les deux principales architectures des postes [1]

La figure ci-dessus nous montre que si on veut considérer la fiabilité et la sécurité du réseau, l'architecture à couplage de disjoncteur est le meilleur. En effet, un défaut sur le départ F1 conduit à l'ouverture du disjoncteur D1 pour l'architecture à couplage de barre, alors que pour l'autre architecture, il faudra ouvrir D1 et D2 pour isoler le départ en défaut. Cependant, du point de vue coût, l'architecture à couplage de barre utilise moins d'appareillage, donc moins d'investissement. La façon dont les entrées et les sorties des postes sont reliées entre eux nous permet d'avoir différentes topologies du réseau électrique dont on verra dans la section suivante.

1.4 Topologies des réseaux électriques

1.4.1 Différentes topologies des réseaux électriques

Les réseaux électriques peuvent être organisés selon plusieurs types de structures. Le choix d'une structure dépend des caractéristiques des sources de production, du niveau de fiabilité recherché, des besoins des utilisateurs, de l'expérience d'exploitation et des considérations économiques. Selon le type d'alimentation au niveau des nœuds (points d'interconnexion), on distingue : les structures en simple dérivation et en double dérivation, et le réseau en coupure d'artères.

1.4.1.1 Simple dérivation

C'est la structure la plus simple et la plus sensible à une panne due à la non-redondance de l'alimentation. L'artère principale est un jeu de barres donc un nœud. Il y a quatre éléments connectés à cette artère principale, dont la liaison est activable par un disjoncteur (figure ci-dessous à gauche). A la sortie de chaque dérivation peut y avoir des grappes. Cela permet d'avoir un point de passage du courant entre les éléments de la grappe (dont un élément sert d'alimentation) en cas de problème sur l'artère principale (figure ci-dessous à droite).

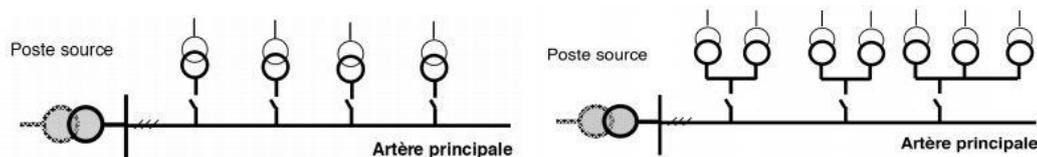


Figure 1.09 : Schéma d'une alimentation en simple dérivation [13]

1.4.1.2 Double dérivation

Cette configuration est la plus sûre et flexible au point de vue fiabilité d'alimentation étant donné qu'il y a deux jeux de barres. Chaque dérivation a donc la possibilité d'utiliser un autre jeu de barre en cas d'interventions sur un jeu de barre, ainsi aucune interruption au niveau des clients.

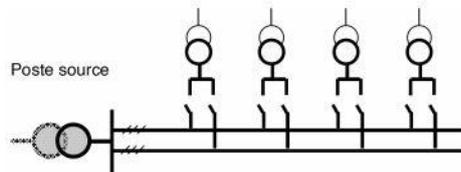


Figure 1.10 : Schéma d'une alimentation en double dérivation [13]

1.4.1.3 Coupure d'artères

C'est un réseau avec une source à chaque extrémité, augmentant un peu la fiabilité de la fourniture électrique. En effet, l'alimentation est sécurisée jusqu'à une coupure dans la ligne. Au-delà, une autre coupure risque une déconnexion totale d'un consommateur.

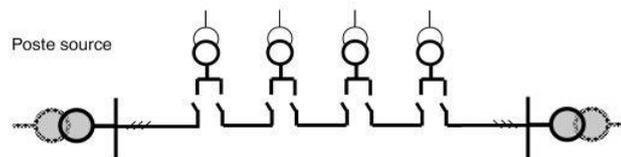


Figure 1.11 : Schéma d'une alimentation en coupure d'artères

1.4.1.4 Autres topologies

Le type d'alimentation et la façon dont les nœuds du réseau sont reliés entre eux nous permettent d'avoir d'autres diverses topologies dont leur nom coïncident avec leur forme théorique. On distingue : le réseau maillé, bouclé, en antenne (ou en piquage), radial (arborescent, ou étoilé), en échelle, ramifié et d'autres variantes particulières de la structure en coupure d'artères qui sont : la structure en grille, le fuseau, l'épi et le pétale de marguerite.

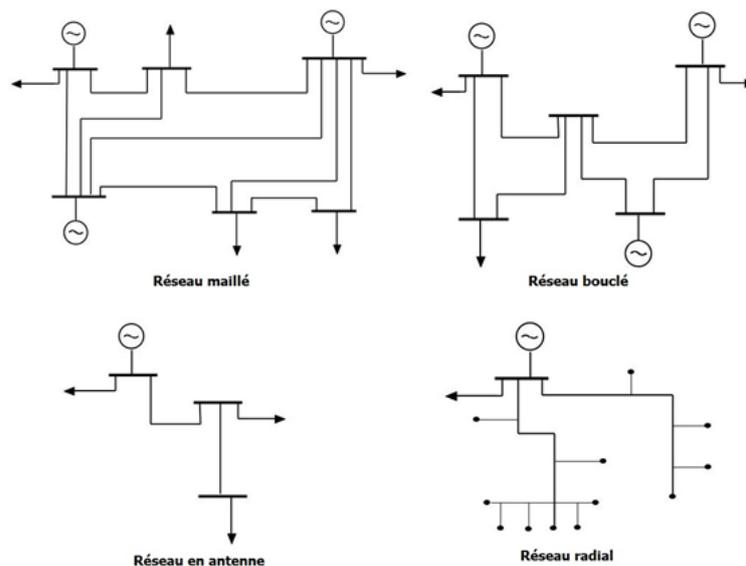


Figure 1.12 : Différentes topologies des réseaux électriques [105]

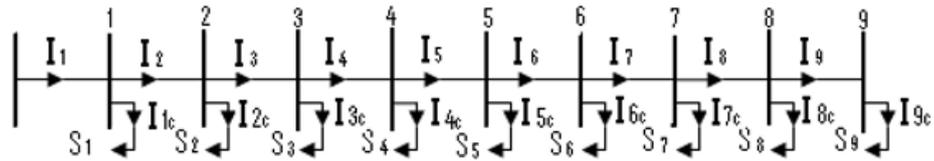


Figure 1.13 : Réseaux en échelle (ligne de 10 jeux de barres) [18]

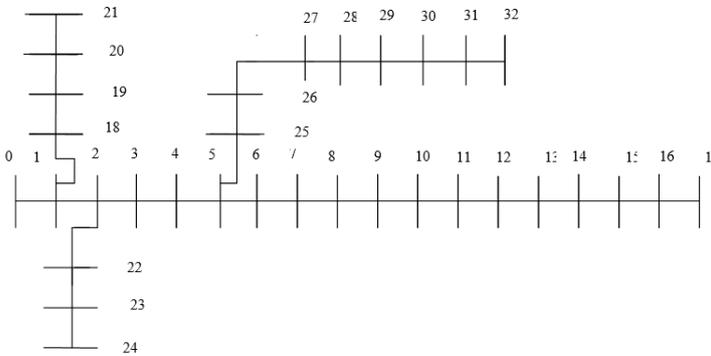


Figure 1.14 : Réseaux ramifiés (ligne de 33 jeux de barres) [18]

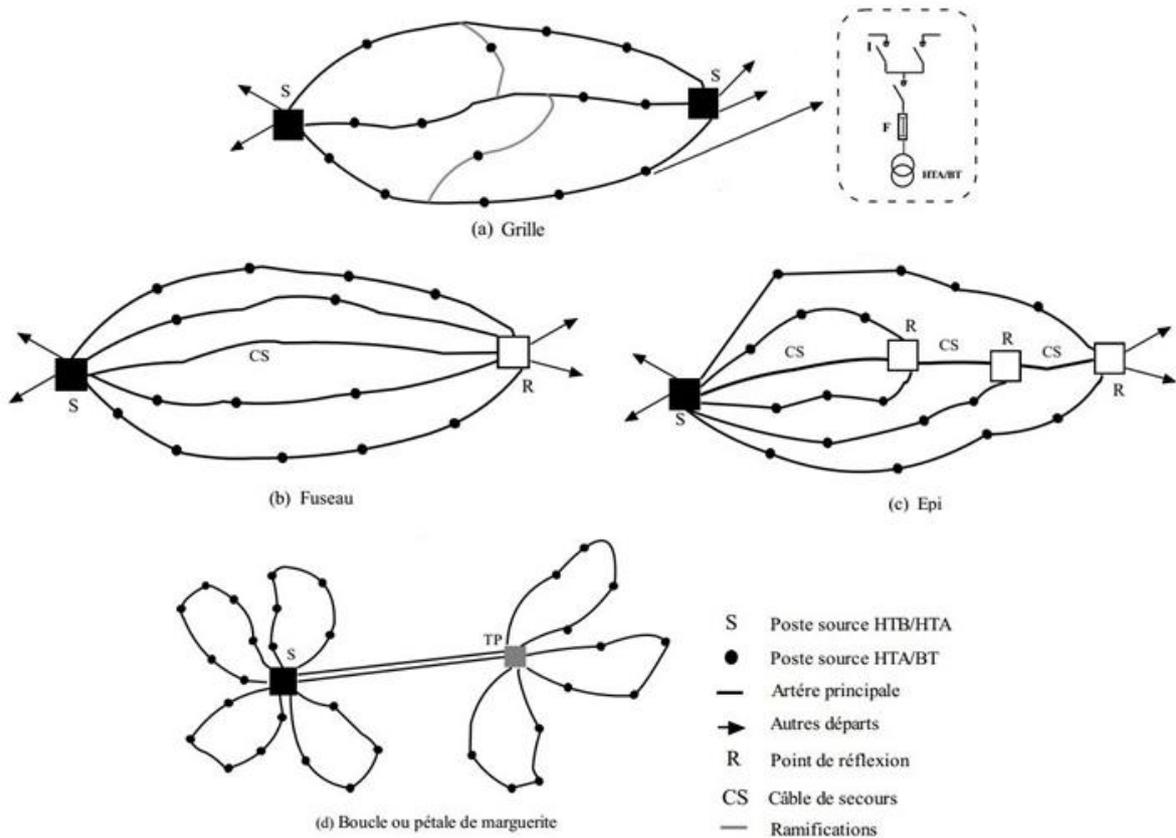


Figure 1.15 : Variantes des réseaux en coupure d'artères [8]

1.4.2 Intérêts des réseaux en structure maillée

La structure maillée est la plus utilisée dans les réseaux de transport. En effet, les réseaux maillés garantissent une très bonne sécurité d'alimentation, car la perte de n'importe quel élément (ligne électrique, transformateur, ou groupe de production) n'entraîne aucune coupure d'électricité. Le choix de la méthode de maillage d'un réseau est basé sur une règle appelée : « N-k ».

1.4.2.1 Règle « N-k » dans les réseaux électriques

La règle du N-k consiste à faire en sorte qu'à tout instant, le réseau électrique reste viable après un aléa hypothétique sur la situation nominale conduisant à la perte de « k » ouvrages. Ces derniers peuvent être soit une ligne de transport, soit une unité de production, soit une poste électrique.

Cette règle définit le niveau de risque maximal toléré, évalué par une valeur de référence du produit « probabilité de l'événement multipliée par la profondeur de coupure ». En effet, plus la probabilité d'un événement est forte, plus la coupure admise (en MW) est faible. Si les conséquences potentielles d'un aléa sont inacceptables ou si le risque encouru est supérieur au risque maximal toléré, l'exploitant du réseau doit ramener la coupure prévisionnelle aux niveaux tolérés ou, si ce n'est pas possible, la minimiser. Pour cela, il peut mettre en œuvre des moyens entraînant des surcoûts d'exploitation. Lorsque plusieurs solutions sont possibles, il doit chercher à minimiser les conséquences des événements redoutés [106].

Illustrons dans les paragraphes suivants l'application de la règle de sécurité standard appelée « règle du N-1 », où le réseau doit supporter le transit dans toutes les situations de panne d'un de ses éléments sans que l'intensité maximale admissible soit dépassée.

1.4.2.2 Comportement normal du réseau

Dans la figure ci-dessous, l'électricité se répartit sur les lignes électriques en fonction de la localisation de la production, de la consommation et des impédances des ouvrages selon les lois de Kirchhoff. Les flèches de couleur verte à jaune indiquent que les lignes sont normalement chargées.

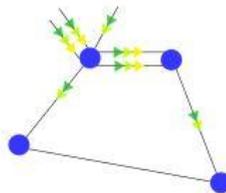


Figure 1.16 : Illustration du report de charge à l'état normal [107]

1.4.2.3 Comportement du réseau en cas d'incident

L'image de gauche de la figure ci-dessous nous montre que lorsqu'un incident s'est produit sur le réseau (coupure d'une ligne), l'énergie se répartit différemment. En effet, du fait de la structure maillée, l'énergie s'est répartie sur les lignes restantes en fonction de leur impédance, tout en assurant la continuité de l'alimentation électrique. Cependant, la flèche rouge nous indique qu'une ligne est en surcharge : il faut donc agir rapidement pour ramener son intensité à une valeur acceptable.



Figure 1.17 : Illustrations de la répartition des charges en cas d'incident [107]

Si aucune action n'est menée dans les délais suffisants, la ligne en surcharge précédente va, à son tour, se mettre hors service sous l'effet des dispositifs de protection (Image de droite de la figure ci-dessus). Par la suite, l'énergie va se répartir à nouveau pour alimenter les consommateurs. Avec de moins en moins de lignes électriques pour acheminer la même puissance, les surcharges sur les lignes restantes deviennent très importantes et les délais de réaction vont être réduits. Si aucune mesure n'est prise dans ce bref délai, alors la zone va finir hors tension.

Un enchaînement de ce type est appelé « une cascade de surcharge » et est quasiment toujours impliqué dans les grands blackouts rencontrés au niveau mondial. Ceci illustre qu'à partir d'une situation de réseau normal, un petit événement imprévu et non maîtrisé (par exemple un coup de foudre sur une ligne) peut rapidement avoir des conséquences non maîtrisables.

1.4.2.4 Correction de la répartition de puissances dans le réseau

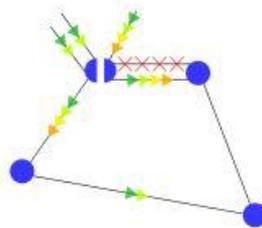


Figure 1.18 : Optimisation de la répartition de l'énergie entre les lignes par modification de la topologie du réseau [107]

A la suite du déclenchement de la première ligne électrique, plusieurs moyens sont à disposition des dispatchers pour résoudre cette surcharge. On peut citer par exemple :

- L'augmentation rapide de production dans la zone problématique afin de diminuer les apports d'énergie par les lignes ;
- Coupure volontaire ciblée de consommation (délestage) afin de conserver l'alimentation d'un maximum de clients ;
- Changer la topologie d'un poste pour y passer à 2 nœuds électriques (cas de l'exemple de la figure ci-dessus). Ce dernier permet de répartir de manière différente l'énergie et donc de mieux équilibrer l'intensité sur les lignes.

1.5 Stabilité des réseaux électriques

1.5.1 Facteurs influençant la stabilité

Un réseau électrique est dit stable lorsqu'il y a équilibre entre consommation et production. Cette stabilité est influencée par diverses perturbations dont les conséquences ne sont pas à négliger que ce soit en termes de qualité de service ou de prix.

1.5.1.1 Perturbations du système électrique

Un réseau électrique devient instable si un ou plusieurs de ses éléments subissent une ou des perturbations. En effet, si un incident se produit, soit au niveau de la distribution (par exemple défaillance d'un transformateur suite à une surcharge), soit au niveau du réseau de transport (coupure d'une ligne électrique à cause d'une foudre par exemple), soit au niveau de la production d'énergie (par exemple panne d'une centrale de production), alors il y aura un déséquilibre entre la production et la consommation.

Les origines des perturbations peuvent être classées en deux grandes familles : la première famille est étroitement liée aux origines physiques : aléas de consommation, pannes et agressions extérieures, et la seconde famille est liée aux origines humaines dues aux erreurs logicielles ou bien aux erreurs de conception ou encore aux fausses manœuvres [9].

1.5.1.2 Conséquences des perturbations

Les conséquences des perturbations dans les réseaux sont classées en deux : l'effet primaire où les perturbations ne sont que passagères et n'ont pas des conséquences graves sur le réseau (voir rien pour les clients), et l'effet secondaire qui est le résultat d'un effet primaire aggravé si des mesures de correction ne sont pas prises dans l'immédiat. Le tableau 1-3 nous montre que les perturbations affectent généralement les grandeurs caractéristiques du réseau qui sont : la fréquence, la tension, l'intensité et donc la puissance. [9]

Tableau 1.03 : Causes et conséquences des perturbations dans un réseau

Cause de la perturbation	Conséquence de la perturbation	
	Effet primaire	Effet secondaire
Court-circuit affectant un élément du réseau	Surtension	Risque d'amorçage des isolateurs
	Surintensité	Echauffement et risque de déclenchement par surcharge
	Variation de fréquence	Perte de synchronisme d'une machine ou entre région
Perte d'ouvrages de transport : ligne, câble ou transformateur	Nouveau schéma de transfert d'énergie	Perte de synchronisme d'une machine ou entre région, Surcharge d'ouvrages, Baisse de tension ou manque total de tension
Perte de groupe de production	Nouveau schéma de transfert d'énergie	
	Baisse de fréquence	Risque de chute de fréquence irréversible

Cause de la perturbation	Conséquence de la perturbation	
	Effet primaire	Effet secondaire
Variation de charge	Nouveau schéma de transfert d'énergie	Perte de synchronisme d'une machine ou entre région, Baisse de tension ou manque total de tension
	Variation de fréquence	Risque de chute ou augmentation irréversible de fréquence
	Surtension	Risque d'amorçage des isolateurs
	Surintensité	Echauffement et risque de déclenchement par surcharge

1.5.2 Réglage d'un réseau électrique

Pour assurer la stabilité d'un réseau à un coût optimal, il faut contrôler la qualité de la fréquence, la qualité de la tension et également la sécurité des personnes et des équipements.

1.5.2.1 Régulation de la fréquence

Dans tout système électrique de puissance, il est important de maintenir la fréquence dans une plage étroite autour de sa valeur nominale. Pour le cas du réseau électrique à Madagascar, la valeur nominale de la fréquence est de 50 Hz. La variation de cette valeur est un signe de déséquilibre entre les puissances actives produites et consommées [10].

Considérons par exemple une augmentation brutale de la demande (pendant les heures de pointes de consommations) dans un réseau où les centres de productions sont constitués de turbo-alternateur. Cette énergie demandée va être prélevée sur l'énergie cinétique que possèdent les masses tournantes des unités de production. Ceci va entraîner une diminution de la vitesse de rotation de ces unités, c'est-à-dire de la fréquence du réseau. Cet écart de vitesse est détecté et corrigé automatiquement grâce à des « Régulateurs de vitesse ». Ces derniers vont augmenter l'admission de fluide (eau, vapeur ou gaz) dans les turbines de manière à ramener les vitesses autour de leurs valeurs nominales, et donc la fréquence du réseau. Une fois le système revenu à l'équilibre, les unités conservent cette admission de fluide plus élevée, donc une production de puissance plus élevée, équilibrant la demande également plus élevée.

Cependant, la variation de fréquence est d'autant plus petite que le nombre de générateurs participants à la régulation est élevé. Ainsi, un grand réseau supporte mieux les perturbations qu'un réseau isolé.

1.5.2.2 Régulation de la tension

Contrairement à la fréquence qui est la même partout dans le réseau, les réglages des tensions ont plutôt une portée locale. En effet, lorsque l'on ajuste la tension en un nœud d'un réseau, cela influence la tension des nœuds situés dans un certain voisinage, et au-delà, les effets sont négligeables. Ces derniers proviennent des chutes de tension créées par le passage du courant dans les impédances du réseau. Malgré cela, il est important de réguler la tension parce que : d'une part, une tension trop élevée peut endommager les isolants et les appareils sensibles, et

d'autre part, une tension trop basse perturbe le fonctionnement de certains composants : mise hors service des charges se protégeant contre les sous-tensions, blocage de l'électronique de puissance dans les redresseurs et onduleurs, décrochage des moteurs asynchrones, etc [10].

Il existe plusieurs manières d'ajuster les tensions d'un réseau :

- Contrôle de la tension par condensateur ou inductance shunt : Le moyen le plus économique de corriger une chute de tension en un jeu de barres est d'y connecter des bancs de condensateurs shunt, afin d'y produire de la puissance réactive. De même, les augmentations de tension peuvent être corrigées en connectant des selfs shunt, afin d'y consommer de la puissance réactive.
- Régulation de tension des machines synchrones : qui consiste à agir directement au niveau des générateurs de production.
- Compensateurs synchrones : c'est une machine synchrone équipée d'un régulateur de tension et utilisée seulement pour réguler la tension en un point d'un réseau. Elle est capable de produire ou d'absorber de la puissance réactive, selon nécessité. Par contre, elle n'est pas équipée de turbine et ne fournit pas de puissance active. En fait, elle fonctionne comme un moteur synchrone qui n'entraîne aucune charge mécanique.
- Compensateurs statiques de puissance réactive : Ce sont des dispositifs rapides (mais coûteux) d'injection de puissance réactive utilisant l'électronique de puissance.
- Régulation de tension par les régulateurs en charge : Cette méthode consiste à ajouter aux transformateurs qui alimentent les réseaux de tensions nominales inférieures, un dispositif doté d'un système asservi dont le rôle est de maintenir la tension du jeu de barres contrôlé au voisinage d'une consigne, en ajustant le rapport de transformation.

1.5.2.3 Dispatching du réseau

Le dispatching est un centre de conduite responsable de l'équilibre entre la demande et la fourniture d'énergie électrique, la maîtrise du plan de tension et du transit sur le réseau interconnecté.



Figure 1.19 : Exemple d'un centre de dispatching d'un réseau électrique [8]

Pour assurer la stabilité du réseau, l'équipe du dispatching doit analyser de manière permanente (24 heures sur 24 et 7 jours sur 7) la situation du réseau, et cela grâce à des programmes de calcul implantés dans le système fonctionnant en hors ligne, le permettant ainsi de déduire les choix nécessaires pour l'exploitation du réseau. Parmi ces programmes, on peut citer celui de la répartition de charge, plan de tension, dispatching économique, optimisation du transit de puissance active, courant de court-circuit. Ainsi pour concevoir ces programmes, il faut une méthode efficace pour l'analyse du fonctionnement du réseau, qui est le sujet de la section suivante.

1.6 Analyse des réseaux d'énergie électrique

Nombreuses sont les études qu'on peut effectuer sur les réseaux électriques. Cependant, la quasi-totalité de ces études sont basées sur le calcul de la répartition des puissances, sujet de ce mémoire. Etant donné que la répartition de puissance ou Load Flow permet de déterminer l'amplitude et le déphasage des tensions et courants sur chaque nœud et branche du réseau en fonction des puissances injectées et soutirées en ces nœuds et des paramètres physiques du réseau, alors on a deux approches différents pour la résolution du problème [2] :

- Load Flow Déterministe ou LFD : c'est une approche classique dont on suppose avoir une connaissance déterministe des valeurs des données d'entrées (puissance active, réactives...) en chaque instant.
- Load Flow Probabilistes ou LFP : c'est une technique qui permet d'étudier les systèmes électriques en prenant en compte l'environnement incertain dans lequel ils évoluent. Les puissances injectées et soutirées sont donc modélisées par des variables aléatoires. Ainsi, le résultat du calcul de Load Flow est une variable aléatoire qui peut être représentée par une densité de probabilité ou une fonction de répartition.

Les différentes méthodes probabilistes de calcul de répartition de puissance peuvent être regroupées en quatre catégories dont :

- Méthodes de simulation de type Monte Carlo (méthode numérique)
- Méthodes analytique, basées sur des techniques de convolution pour estimer les densités de probabilité des résultats de Load Flow en fonction de celles des paramètres aléatoires d'entrées
- Méthodes approximées, basées sur les séries de Taylor tronqués, la méthode de Kaplan et la méthode dite de source d'incertitude commune
- Méthodes hybrides, qui sont la combinaison de deux ou plusieurs méthodes.

Ainsi pour analyser un réseau électrique, en gros on dispose deux types de méthodes : méthode analytique et méthode numérique.

1.6.1 Méthodes analytiques

Cette méthode consiste à interpréter mathématiquement l'état et le fonctionnement du système. Cela s'avère un peu compliqué étant donné que les réseaux électriques contiennent plusieurs phases et un nombre élevé de composants. Pour faciliter cette analyse, on dispose de plusieurs

outils analytiques comme le diagramme unifilaire, l'analyse par phase et le système d'unité relative ou per-unit [4].

1.6.1.1 Schéma unifilaire

La complexité des réseaux électriques rend leur représentation par les schémas classiques impraticables. C'est pourquoi on utilise des schémas simplifiés pour analyser le réseau : les interconnexions des différents équipements du réseau sont indiquées par une seule ligne, permettant d'indiquer tous les détails du réseau (voir figure 1-2 : Vue globale du réseau électrique).

1.6.1.2 Analyse par phase ou circuit monophasé équivalent

La mise en équation du système se fait à partir d'un circuit monophasé équivalent qui représente une seule phase du système triphasé équilibré. Les tensions et les courants des autres phases sont déduits à partir des tensions et courants de la phase précédente en ajoutant les déphasages.

1.6.1.3 Système d'unité relative ou per-unit

Dans ce système, on traite des grandeurs adimensionnelles qui s'obtiennent en divisant chaque grandeur (tension, courant, puissance, etc...) par une grandeur de même dimension appelée base. Les grandeurs sans dimensions ainsi obtenues sont exprimées en « per unit ou pu ».

1.6.2 Méthodes numériques

L'analyse d'un système simple comme les réseaux radiaux est réalisable avec un minimum d'effort en appliquant les techniques analytiques. Cependant, l'approche analytique ne suffit pas dans le cas où le système est complexe comme le cas des réseaux maillés de grande taille. En effet, pour ces derniers, l'évaluation de la fiabilité représente un énorme obstacle tant que les nombres de possibilités, de contraintes et de conditions devient grands et donc pratiquement ingérable. Mais avec les diverses méthodes de résolutions numériques existantes et les avancées informatiques, on a :

- Des processus numériques permettant de résoudre des problèmes complexes
- Divers langages et environnements de développement informatique permettant de programmer les algorithmes de résolution d'un système
- Des outils permettant de simuler le fonctionnement d'un réseau électrique
- Et le recours à l'intelligence artificielle pour l'optimisation des calculs

1.6.2.1 Méthodes de calcul

Il existe plusieurs méthodes de calculs numériques, mais ce qui nous intéresse sont celles qui conviennent avec le calcul de la répartition de puissance. On distingue :

- Les méthodes itératives : comme la méthode de Gauss, la méthode de Gauss-Seidel, méthode de Newton-Raphson, méthode de Word-hale, méthode de relaxation ou des résidus, la méthode Backward/Forward Sweep, etc.

- Les méthodes vibrationnelles : découlant de la méthode de Newton-Raphson, ou Jacobine.
- Les méthodes non linéaires : travaillant par minimisation de la fonction, on peut citer la méthode du gradient, méthode de Davidson-Fletcher Powell.

La méthode Backward/Forward Sweep est reconnue pour sa rapidité dans le traitement des réseaux de distribution faiblement maillés. Cependant, les méthodes de Newton-Raphson formulées sur la base des relations d'injections de courant se démarquent par leurs performances dans le traitement de larges systèmes maillés. Les méthodes de Gauss-Seidel, quant à elles, sont moins robustes et convergent généralement plus difficilement [11].

1.6.2.2 Langages de programmation

Actuellement il existe plusieurs langages de programmation dont on peut citer : le C++, le Java, le Go, le Scala, le Fortran, le Julia. La différence entre les langages de programmation se fait en se basant sur plusieurs critères. Il faut donc regarder non seulement la vitesse d'exécution, mais aussi le nombre de lignes de codes, l'espace mémoire utilisé, et la vitesse de compilation. Cela dit, tous les langages de programmation ont leurs forces et leurs faiblesses.

1.6.2.3 Logiciels de simulation

On distingue deux catégories de logiciels selon la politique d'utilisation : les logiciels commerciaux (donc payants) et les logiciels open source.

Il existe plusieurs logiciels commerciaux dédiés exclusivement à l'analyse de réseaux électriques. Parmi ces logiciels on peut citer : Power System Toolbox (PST), MatEMTP, Sim Power Systems (SPS), Power Analysis Toolbox (PAT), Educational Simulation Tool (EST), PSS/E, CYMDIST, PSAF, EMTP-RV ...etc. Tous partagent l'engouement d'offrir des solutions complètes pour l'analyse des réseaux et d'assister l'utilisateur dans la modélisation de son réseau à travers une interface graphique adaptée. Cependant l'accès aux codes sources de ces programmes étant impossible, il est donc impossible de modifier ou d'ajouter de nouveaux algorithmes aux logiciels afin de prototyper et personnaliser certaines études.

Contrairement aux logiciels commerciaux, PowerWorld Simulator, MatPower, Voltage Stability Toolbox (VST), Power System Analysis Toolbox (PSAT), GridLab-D (développé par la Pacific Northwest National Laboratory) et OpenDss (développé par EPRI ou Electric Power Research Institute) sont des exemples de logiciels « open sources » disponibles gratuitement. Ces derniers sont accessibles en codes sources et libres de tout droit de propriété. Donc, même s'ils sont dédiés à des domaines précis et se limitent à des calculs plus spécifiques, il est possible de les modifier en convenance des utilisateurs.

Beaucoup des logiciels cités précédemment sont inspirés à partir de Matlab, Mathematica ou de Modelica, qui sont des plateformes de développement offrant des outils de programmation spécialisés dans le calcul et le développement d'algorithmes mathématique particulièrement intéressants pour la recherche scientifique et le milieu académique [12].

1.6.2.4 Optimisation avec l'intelligence artificielle

Mathématiquement, l'optimisation est la recherche des valeurs de variables qui maximisent ou minimisent une fonction donnée. Cet outil mathématique, une fois transposé au monde de l'entreprise, permet d'obtenir un rendement « idéal » en créant les conditions les plus favorables. Le calcul de répartition de puissance optimale (OPF ou « Optimal Power Flow ») est donc une fonction qui optimise globalement toutes les commandes de puissance active et réactive, afin de réduire au maximum les frais d'exploitation instantanément. Pour faire cela, on peut choisir de procéder aux techniques d'intelligence artificielle et plus précisément les réseaux de neurones et la logique floue [6].

1.7 Conclusion

Pour conclure ce chapitre, on peut dire que depuis son existence, les réseaux d'énergie électrique ne cessaient de s'évoluer dans le but de satisfaire les besoins des consommateurs. Avant d'arriver aux utilisateurs, les énergies électriques produites par les centrales électriques sont acheminées par les réseaux de transports et de distributions, équipés par divers appareils de transformation, de mesures, de contrôle et de protection. Ces derniers ont des limites de fonctionnement et peuvent être endommagés en cas d'incidents inévitables d'origine accidentelle (panne, bris force majeure, etc.) ou opérationnelle (surcharge, déséquilibre, etc.). Même en présence de telles contraintes, il est toujours nécessaire de garder la stabilité du réseau, tâche assurée par le centre de conduite du réseau appelé centre de dispatching.

On a vu également dans ce chapitre, deux points principaux dont le premier est l'intérêt du maillage d'un réseau, qui peut contribuer à la résolution des incidents par la possibilité de modifier le cheminement de l'énergie. Le second point à propos de l'importance des méthodes de programmation numérique dans l'analyse des réseaux d'énergie électrique, notamment le calcul de la répartition des puissances ou Load Flow.

Jusqu'ici, nous n'avons vu que des approches méthodiques de notre domaine d'étude, mais dans les chapitres suivants, nous allons détailler de plus près les éléments du réseau et l'écoulement des puissances.

CHAPITRE 2

MODELISATION D'UN RESEAU D'ENERGIE ELECTRIQUE

2.1 Introduction

Nous avons vu dans le chapitre précédent que le réseau électrique est composé généralement de générateurs de production, des charges, des lignes de transmission et des postes électriques. Dans le présent chapitre nous allons voir la représentation de ces éléments du réseau dans un schéma d'étude. Avant d'entamer la modélisation mathématique de ces éléments, nous allons jeter un coup d'œil sur les grandeurs électriques notamment la puissance, puis la représentation en per unit. Notons que dans la dernière partie de ce chapitre, quelques théories utiles pour le calcul des flux de charge seront présentées.

2.2 Représentations schématiques des éléments du réseau

2.2.1 Symboles des éléments

Un réseau électrique est constitué essentiellement de ligne triphasée. Cependant la représentation du réseau en circuit triphasé complique l'étude et l'analyse de celui-ci. Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, il existe d'autres manières plus efficaces pour représenter un réseau électrique : le diagramme unifilaire et l'analyse par phase (circuit monophasé équivalent).

Les symboles des éléments du réseau dans les circuits triphasé et monophasé équivalents sont similaires aux symboles utilisés dans l'analyse d'un circuit électrique simple (voir la figure ci-dessous).

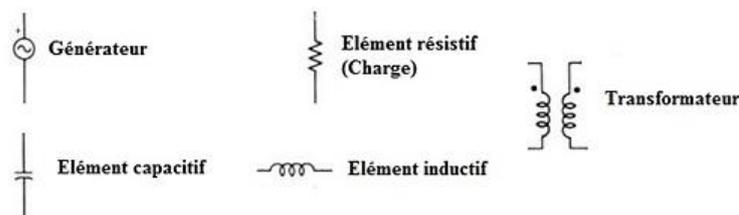


Figure 2.01 : Symboles des éléments d'un circuit monophasé et triphasé [14]

La figure suivante montre les différents symboles couramment utilisés pour représenter les éléments à partir d'un schéma unifilaire.

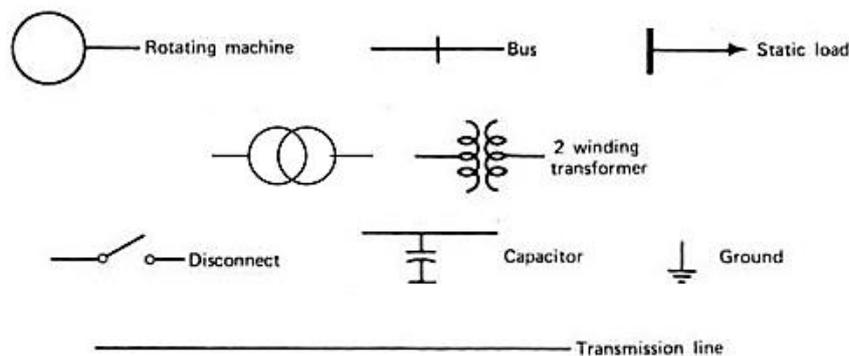


Figure 2.02 : Symboles des schémas unifilaires [14]

2.2.2 Comparaison de diverses méthodes de schématisation

Nous utiliserons généralement la représentation par un circuit monophasé équivalent lors de la modélisation des éléments du réseau. Cependant pour représenter un réseau en entier, nous choisirons le schéma unifilaire dont la figure ci-dessous prouve bien l'avantage d'une telle représentation.

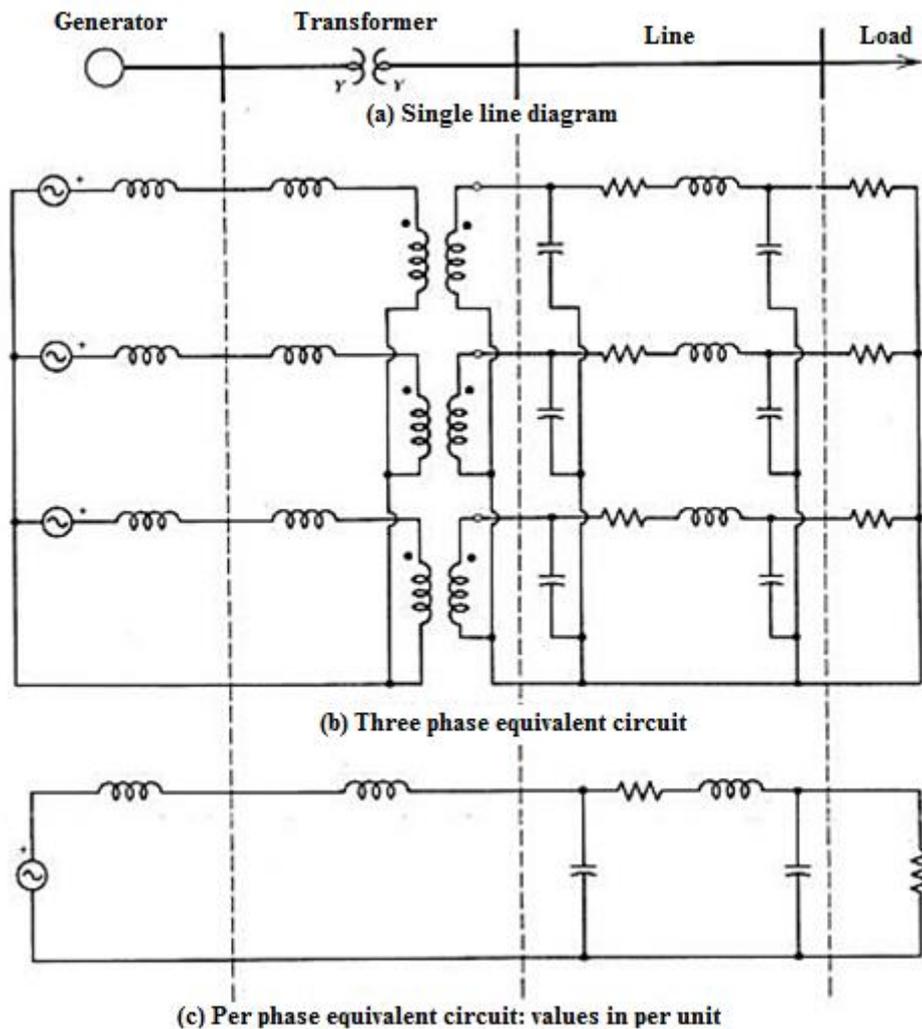


Figure 2.03 : Comparaison des diverses méthodes de schématisation [14]

2.3 Les grandeurs électriques

2.3.1 Convention de signe

Rappelons que dans un dipôle électrique, il existe des conventions concernant l'orientation du courant par rapport à la tension. Soit la figure suivante :

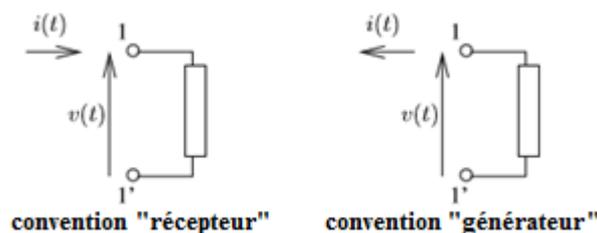


Figure 2.04 : Dipôle, conventions d'orientation du courant par rapport à la tension [10]

Soit $v(t)$ la différence entre les potentiels de la borne 1 et de la borne 1' du dipôle, et $i(t)$ le courant qui y circule.

- Convention « récepteur » :

Les sens de $i(t)$ et $v(t)$ sont différents. Dans ce cas, le produit $p(t) = v(t).i(t)$ représente la puissance instantanée absorbée par le dipôle. Une valeur positive indique donc que le dipôle consomme de la puissance à l'instant t , et inversement si $p(t)$ est négative, le dipôle fournit de la puissance.

- Convention « générateur » :

Celle-ci correspond aux sens non conventionnels de la théorie des circuits. En effet, $i(t)$ et $v(t)$ sont de même sens, et leur produit $p(t)$ représente la puissance instantanée générée par le dipôle. Donc, une valeur positive (respectivement négative) de $p(t)$ indique que le dipôle produit (respectivement consomme) de la puissance à l'instant t .

2.3.2 Cas d'un circuit monophasé

Au niveau des consommateurs, le transfert de l'énergie électrique se fait généralement avec une ligne monophasée (une phase et un neutre). Le tableau suivant résume les grandeurs électriques selon la convention « moteur » :

Tableau 2.01 : Grandeurs électriques

Notations	Désignations	Unités
\bar{S}	Puissance complexe nette monophasée	Voltampère [VA]
P	Puissance active nette injectée monophasée	Watt [W]
Q	Puissance réactive nette injectée monophasée	Voltampère-réactive [VAR]
V	Tension simple phase-terre (ou -neutre)	Volt [V]
θ	Angle de phase de la tension	En degré
I	Courant de branche	Ampère [A]
Z	Impédance du circuit	Ohm [Ω]

En régime sinusoïdal, toute tension et tout courant se présentent sous les formes :

$$v(t) = \sqrt{2} V \cos(\omega t + \phi) \quad (2-1)$$

$$i(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \psi) \quad (2-2)$$

Avec $\sqrt{2} V$ l'amplitude de la tension, V sa valeur efficace, $\omega = 2\pi f$ la pulsation (f représente la fréquence) et $\theta = \phi - \psi$.

En notation complexe :

$$\bar{V} = V e^{j\phi} \quad (2-3)$$

$$\bar{I} = I e^{j\psi} \quad (2-4)$$

L'impédance est donnée par la relation :

$$\bar{V} = \bar{Z} \bar{I} = (R + jX) \bar{I} \quad (2-5)$$

Avec R la résistance et X la réactance.

L'inverse de l'impédance est appelée admittance.

Les puissances actives et réactives consommées par les dipôles élémentaires sont données par le tableau suivant :

Tableau 2.02 : Puissances absorbées par les dipôles élémentaires (convention moteur)

	Résistance R	Inductance L	Capacité C
θ	0	$\pi/2$	$-\pi/2$
P	$RI^2 = V^2/R$	0	0
Q	0	$\omega LI^2 = V^2/\omega L$	$-I^2/\omega C = -\omega CV^2$

On voit qu'une inductance consomme de la puissance réactive, tandis qu'une capacité en produit.

2.3.3 Cas d'un système triphasé

Considérons le système triphasé suivant :

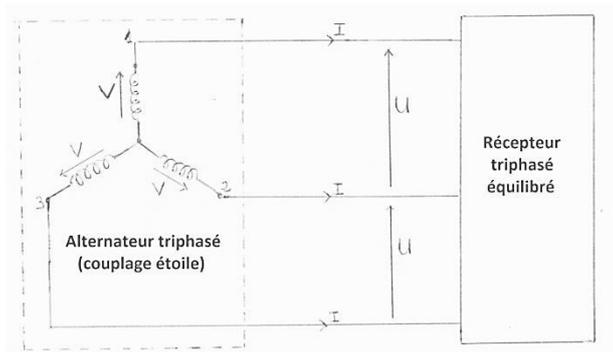


Figure 2.05 : Système triphasé équilibré

Soit I le courant de phase (unité Ampère ou A), V la tension simple qui se rapporte aux bobines de l'alternateur (en Volt ou V), U la tension entre phase (V), P la puissance totale (ou puissance active) du système (exprimée en Watt ou W), S la puissance apparente (en Voltampère ou VA) et Q la puissance réactive (en Voltampère-réactive ou VAR).

Pour un système polyphasé avec q le nombre de phase, on a la relation suivante pour P :

$$P = q \cdot V \cdot I \cdot \cos\theta \quad (2-6)$$

θ est le déphasage entre tension et courant, et $\cos\theta$ le facteur de puissance.

On a un couplage en étoile de l'alternateur, donc l'expression de U est :

$$U = 2V \cos\left(\frac{q-2}{2q} \cdot \pi\right) \quad (2-7)$$

Pour un système triphasé ($q=3$), on a donc les équations suivantes :

$$U = \sqrt{3} \cdot V \quad (2-8)$$

$$P = \sqrt{3} \cdot UI \cos\theta \quad (2-9)$$

$$Q = \sqrt{3} \cdot UI \sin\theta \quad (2-10)$$

$$S = \sqrt{3} \cdot UI \quad (2-11)$$

En notation complexe, on note \bar{S} la puissance complexe (sans unité) donnée par la relation :

$$\bar{S} = P + jQ \quad (2-12)$$

En convention génératrice, les puissances générées sont les productions effectives des centrales, ou bien l'injection de puissance des réseaux externes non représentés dans le modèle étudié. De

même, les puissances consommées représentent soit des consommations effectives, soit des soutirages des réseaux externes non représentés comme les transformateurs alimentant les réseaux de tensions inférieures.

2.4 Représentation des grandeurs électriques en système per unit

2.4.1 Tension, courant et puissance en per unit

En utilisant les équations (2-9) et (2-10) avec (2-12), on a :

$$\bar{S} = \sqrt{3}.UI\cos\theta + j.\sqrt{3}.UI.\sin\theta = \sqrt{3}.UI.e^{j\theta} = \sqrt{3}(Ue^{j\theta})(Ie^{j\theta}) \quad (2-13)$$

$$\bar{S} = \sqrt{3}.\bar{U}.\bar{I}^* \text{ avec } \bar{I}^* \text{ l'expression conjuguée de } \bar{I} \quad (2-14)$$

Les grandeurs en unités relatives ou per unit (pu) sont calculées de la manière suivante :

$$\text{Valeur en (pu)} = \frac{\text{valeur réelle}}{\text{valeur de base choisie}} \quad (2-15)$$

Ainsi on a les valeurs en per unit suivantes :

$$\bar{S}_{pu} = \frac{\bar{S}}{S_B} ; \bar{U}_{pu} = \frac{\bar{U}}{U_B} ; \bar{I}_{pu} = \frac{\bar{I}}{I_B} ; U_{pu} = \frac{U}{U_B} ; V_{pu} = \frac{V}{V_B} \quad (2-16)$$

$$U_B = \sqrt{3}.V_B \quad [V] \quad (2-17)$$

$$S_B = \sqrt{3}.U_B I_B \quad [VA] \quad (2-18)$$

En per unit, on constate les deux avantages suivants :

- La tension entre phases et la tension entre phases et neutre sont identiques, car en divisant (2-8) par (2-17) et en comparant avec (2-16) on a :

$$U_{pu} = V_{pu} \quad (2-19)$$

- Suppression de $\sqrt{3}$ dans l'expression de la puissance complexe, car en divisant membre à membre les équations (2-14) et (2-18) on a :

$$\bar{S}_{pu} = \bar{U}_{pu}.\bar{I}_{pu}^* \quad (2-20)$$

2.4.2 Impédance et admittance

Considérons que le récepteur triphasé équilibré du système de la figure 2.05 est une charge triphasée étoilée symétrique dont l'impédance complexe est noté par \bar{Z} .

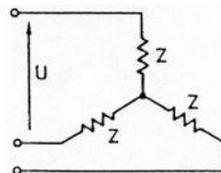


Figure 2.06 : Charge équilibrée triphasée en étoile

On a :

$$\bar{V} = \bar{Z}.\bar{I} \quad (2-21)$$

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}} \quad (2-22)$$

$$\bar{I}^* = \frac{\bar{V}^*}{\bar{Z}^*} \quad (2-23)$$

Or d'après l'équation (2-14) on a :

$$\bar{S} = \sqrt{3} \cdot \bar{U} \cdot \bar{I}^* = \sqrt{3} \cdot (\sqrt{3} \cdot \bar{V}) \cdot \bar{I}^* = 3 \cdot \bar{V} \cdot \bar{I}^* \quad (2-24)$$

D'où

$$\bar{S} = 3 \frac{\bar{V} \cdot \bar{V}^*}{\bar{Z}^*} = 3 \frac{\bar{V}^2}{\bar{Z}^*} = \frac{(\sqrt{3} \cdot \bar{V})^2}{\bar{Z}^*} = \frac{\bar{U}^2}{\bar{Z}^*} = \frac{U^2}{\bar{Z}^*} \quad (2-25)$$

Nous avons donc la grandeur de base et la valeur en per unit suivantes :

$$S_B = \frac{U_B^2}{Z_B} \quad (2-26)$$

$$\bar{Z}_{pu}^* = \frac{\bar{Z}^*}{Z_B} = \frac{U^2 \cdot S_B}{U_B^2 \cdot \bar{S}} = \frac{U_{pu}^2}{\bar{S}_{pu}} \quad (2-27)$$

De même, on définit la valeur en per unit de l'admittance Y qui est l'inverse de l'impédance :

$$\bar{Y}_{pu}^* = \frac{\bar{S}_{pu}}{U_{pu}^2} \quad (2-28)$$

2.4.3 Changement de base

En générale, les grandeurs de base utilisées dans les systèmes en per unit sont les valeurs nominales des grandeurs caractéristiques. Les constructeurs des composants d'un réseau électrique (générateurs, transformateurs ...) fournissent pour chaque élément la tension et puissance nominale de fonctionnement. Cependant les impédances sont données en valeur en per unit. Etant donné que les constructeurs peuvent être différents d'un élément à un autre, alors on peut avoir différents systèmes per unit.

Dans un calcul en réseau électrique, il est préférable de ne faire référence qu'à un seul système per unit, d'où le problème : comment convertir les impédances (voir admittances) exprimées dans un système per unit quelconque, dans le système lié aux grandeurs de base choisies pour le tronçon considéré ?

Pour deux systèmes de base différents, on peut écrire :

$$\bar{Z} = \bar{Z}_{pu1} \cdot Z_{B1} = \bar{Z}_{pu2} \cdot Z_{B2} \quad (2-29)$$

$$\bar{Z}_{pu2} = \bar{Z}_{pu1} \cdot \frac{Z_{B1}}{Z_{B2}} \quad (2-30)$$

En utilisant l'équation (2-26), on a

$$\bar{Z}_{pu2} = \bar{Z}_{pu1} \cdot \frac{U_{B1}^2 \cdot S_{B2}}{U_{B2}^2 \cdot S_{B1}} \quad (2-31)$$

De même, on a pour l'admittance :

$$\bar{Y}_{pu2} = \bar{Y}_{pu1} \cdot \frac{U_{B2}^2 \cdot S_{B1}}{U_{B1}^2 \cdot S_{B2}} \quad (2-32)$$

2.5 Modélisation des branches, des charges, des transformateurs, des machines synchrones

2.5.1 Modélisation d'une branche du réseau

Un réseau électrique est constitué d'un ensemble de branches. Chaque branche de ce réseau est modélisée comme une résistance en série avec une inductance pure.

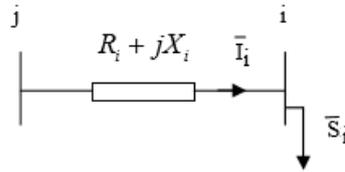


Figure 2.07 : Schéma unifilaire d'une branche

L'impédance d'une branche « i » quelconque de ce réseau et son admittance primitive sont données par les relations suivantes :

$$\bar{Z}_i = R_i + jX_i$$

$$\text{et } \bar{Y}_i = \frac{1}{\bar{Z}_i} = \frac{R_i}{(R_i^2 + X_i^2)} - \frac{jX_i}{(R_i^2 + X_i^2)} = G + jB \quad (2-33)$$

La partie réelle et la partie imaginaire de l'admittance sont appelées respectivement « conductance G » et « susceptance B ».

2.5.2 Modélisation des charges

Les charges électriques dans un réseau se présentent sous des formes très diverses : moteur synchrones et asynchrones, appareils de chauffage... La consommation en un nœud du réseau constitue la charge (« Load ») caractérisant ce nœud.



Figure 2.08 : Modèle de la charge en système per unit [14]

Les charges sont en général modélisées comme étant dépendantes de la tension. Les puissances actives et réactives d'une charge placée au nœud « i » sont alors :

$$P_i = P_{0i} \left(\frac{V_i}{V_0} \right)^\alpha \quad (2-34)$$

$$Q_i = Q_{0i} \left(\frac{V_i}{V_0} \right)^\beta \quad (2-35)$$

Avec :

- P_{0i} et Q_{0i} sont les puissances actives et réactives nominales.
- V_0 est la tension nominale.
- P_i et Q_i sont les puissances active et réactive de la charge au nœud « i » pour une tension égale à V_i .
- α et β déterminent le caractère de la charge.

Si $\alpha = 0$ et $\beta = 0$, alors la charge est considérée à puissance constante.

Si $\alpha = 1$ et $\beta = 1$, alors la charge est considérée à courant constant.

Si $\alpha = 2$ et $\beta = 2$, alors la charge est considérée à impédance constante.

La puissance apparente de la charge branchée au nœud i est dans ce cas :

$$\bar{S}_i = P_i + jQ_i \quad (2-36)$$

2.5.3 Modélisation des transformateurs

Considérons un transformateur monophasé possédant N_1 et N_2 spires respectivement au primaire et au secondaire. Le rapport des nombres spires est noté « n ».

$$n = N_1/N_2 \quad (2-37)$$

En transposant la branche magnétisante en tête du circuit et en négligeant « la résistance de fer » parallèle à cette branche, le schéma équivalent du transformateur peut se représenter comme ci-dessous :

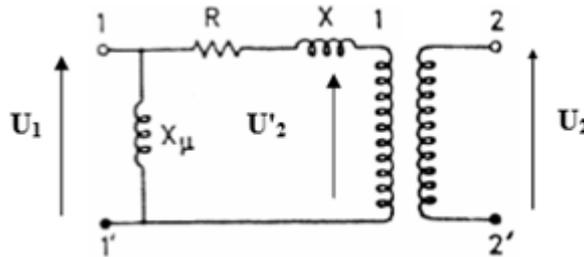


Figure 2.09 : Modèle d'un transformateur [14]

Avec R la résistance des enroulements primaires et secondaires, X la réactance de fuite du transformateur et X_μ la réactance magnétisante.

Soit U_{CC} le pourcentage de la tension nominale à appliquer à un des enroulements pour qu'il passe un courant nominal dans l'autre enroulement, lorsque celui-ci est court-circuité. En système per unit, on a :

$$U_{CC\ pu} = Z_{CC\ pu} \cdot I_{N\ pu} \quad (2-38)$$

Normalement $I_{N\ pu}$ doit être égale à 1, ce qui nous amène à dire que l'impédance $Z_{CC\ pu}$ caractérisant le transformateur s'exprime généralement à travers la tension de court-circuit en %.

$$Z_{CC\ pu} = R_{pu} + j \cdot X_{pu} \quad (2-39)$$

Lors de la conversion en per unit, les valeurs de base choisies sont la puissance nominale et une des tensions nominales du transformateur.

$$U_{B2'} = U_{B1} \text{ et } U_{B2} = nU_{B1} \quad (2-40)$$

En effet on choisit une valeur de tension de base différente pour chaque tronçon (séparé des autres par un ou plusieurs transformateurs) et dont la valeur est déterminée par le choix initial sur le premier tronçon étudié.

Pour le cas des puissances on a :

$$S_{B1} = S_{B2} = S_B \quad (2-41)$$

On en déduit ensuite les courants de base :

$$I_{B2'} = I_{B1} \text{ et } I_{B2} = \frac{I_{B1}}{n} \quad (2-42)$$

Supposons maintenant qu'on a un transformateur idéal. Alors :

$$\bar{U}'_2 = \frac{\bar{U}_2}{n} \text{ et } \bar{I}'_2 = n \cdot \bar{I}_2 \quad (2-43)$$

On a les valeurs en per unit :

$$\bar{U}_{1pu} = \frac{\bar{U}_1}{U_{B1}} \text{ et } \bar{I}_{1pu} = \frac{\bar{I}_1}{I_{B1}} \quad (2-44)$$

$$\bar{U}'_{2pu} = \frac{\bar{U}'_2}{U_{B1}} = \frac{\bar{U}_2}{nU_{B1}} \text{ et } \bar{I}'_{2pu} = \frac{\bar{I}'_2}{I_{B1}} = n \frac{\bar{I}_2}{I_{B1}} \quad (2-45)$$

Nous obtenons finalement les relations fondamentales suivantes :

$$\bar{U}'_{2pu} = \frac{\bar{U}_2}{U_{B2}} = \bar{U}_{2pu} \text{ et } \bar{I}'_{2pu} = \frac{\bar{I}_2}{I_{B2}} = \bar{I}_{2pu} \quad (2-46)$$

Cette dernière équation nous permet de considérer les transformateurs idéaux comme invisibles, d'où le schéma équivalent en per unit suivant :

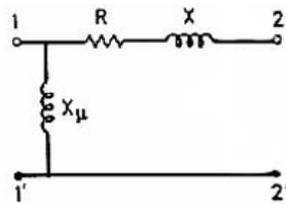


Figure 2.10 : Modèle d'un transformateur en système per unit [14]

Si $R \ll X \ll X_\mu$, alors ce transformateur en per unit se réduit à une simple inductance.

2.5.4 Modélisation des machines synchrones

La machine synchrone ou alternateur est un convertisseur de l'énergie mécanique en énergie électrique par l'intermédiaire d'une turbine. On ne considère ici que la tension induite aux bornes du rotor (E_V), la résistance d'un enroulement statorique (R) et la réactance synchrone (X_S).

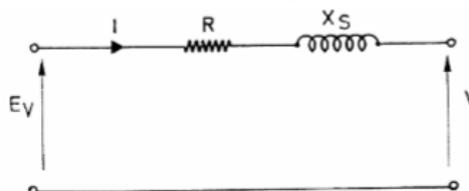


Figure 2.11 : Modèle simplifié de la machine synchrone [14]

Le comportement de la machine synchrone est modélisé par :

$$\bar{U} = \bar{E}_V - (R + jX_S) \cdot \bar{I} \quad (2-47)$$

2.6 Modélisation des lignes

On a vu dans le chapitre précédent que les lignes électriques possèdent des caractères résistive, inductive et capacitive. En effet, quel que soit la nature d'un conducteur, le courant électrique qui le traverse crée des champs électriques et magnétiques. C'est pour cela que les lignes électriques peuvent être modélisées à partir des « constantes linéiques : R, L, C, et G ». G représente les différentes pertes.

Cependant, il est difficile de déterminer d'un seul coup tous les phénomènes électromagnétiques liés à la transmission d'énergie électrique par une ligne à plusieurs conducteurs. Par conséquent, d'une part, on néglige l'effet des charges à la surface des conducteurs pour traiter les phénomènes provoqués par les courants, et d'autre part on néglige l'effet des courants (presque nuls) pour calculer l'effet des charges superficielles des conducteurs et du sol.

2.6.1 Schémas équivalents monophasés

On peut modéliser les lignes triphasées par un circuit monophasé équivalent dont l'aspect varie en fonction de la longueur des lignes. Les lignes de transmission sont classées en trois catégories selon sa longueur :

- Lignes courtes : ligne dont la distance est inférieure à 80 km
- Lignes de distance moyenne : ligne supérieure à 80 km et inférieure à 250 km
- Lignes longue de transmission : ligne supérieure à 250 km

2.6.1.1 Ligne courte

S'il s'agit d'une ligne courte que l'on trouve généralement dans le réseau de distribution, alors la ligne est modélisée uniquement par des impédances équivalentes. Ainsi, chaque branche de ce réseau est modélisée par une résistance en série avec une inductance pure comme nous l'avons vu dans la modélisation d'une branche du réseau.

2.6.1.2 Ligne de distance moyenne

Si la ligne augmente en distance, alors le courant de charge devient appréciable et la capacité shunt doit être considérée. Notons par Y l'admittance shunt ou admittance transversale linéique dont :

$$Y = j\omega C \quad (2-48)$$

Pour les lignes de distance moyenne, il existe deux modèles pour la modélisation : le modèle de circuit T et le modèle de circuit π . Dans le circuit en T l'admittance shunt est connectée au milieu de la ligne, tandis que dans le circuit en π elle est répartie à chaque extrémité de la ligne. Si la ligne est uniforme d'un bout à l'autre, alors elle est symétrique, dans le cas contraire les schémas équivalents sont asymétriques.

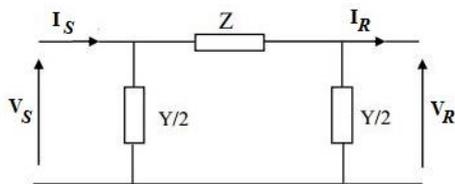


Figure 2.12 : Schéma en π symétrique

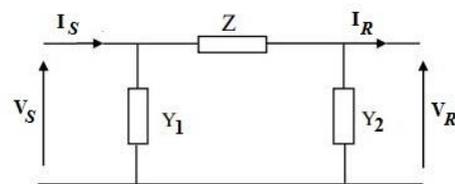


Figure 2.13 : Schéma en π asymétrique

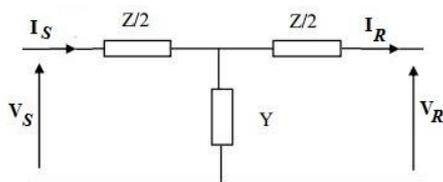


Figure 2.14 : Schéma en T symétrique

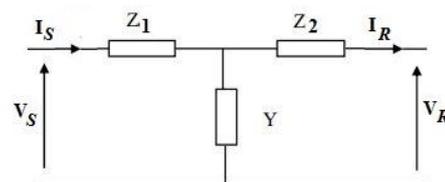


Figure 2.15 : Schéma en T asymétrique

2.6.1.3 Ligne longue de transmission

Lorsqu'il s'agit d'une ligne de très grande longueur, alors la modélisation se fait par constante répartie. En effet, si « l » est la longueur totale de la ligne, alors « Δx » sera la longueur d'une portion de la ligne située à une distance « x » du récepteur. D'où « $z \Delta x$ » et « $y \Delta x$ » respectivement l'impédance et admittance shunt élémentaires. Pour la totalité de la ligne, on a l'impédance et admittance totales suivantes :

$$Z = z * l \text{ et } Y = y * l \quad (2-49)$$

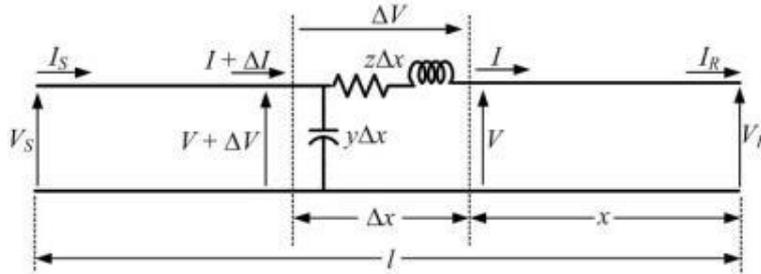


Figure 2.16 : Modélisation d'une ligne par constante répartie [15]

La mise en équation liée au schéma ci-dessus fait intervenir des dérivées partielles de la tension et du courant par rapport à « x » et au temps « t ». Si on ne s'intéresse qu'au comportement de la ligne vue de ses extrémités, la résolution de ces équations conduit à : [16]

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \gamma l & Z_0 \sinh \gamma l \\ \frac{\sinh \gamma l}{Z_0} & \cosh \gamma l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix} \quad (2-50)$$

Avec :

$$\gamma = \sqrt{ZY} : \text{un nombre complexe appelé « constante de propagation »} \quad (2-51)$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{Y}} : \text{un nombre complexe appelé « impédance caractéristique »} \quad (2-52)$$

2.6.2 Constante ABCD

Une ligne de transmission de longueur quelconque peut être modélisée par un réseau à quatre bornes (voir figure ci-dessous).

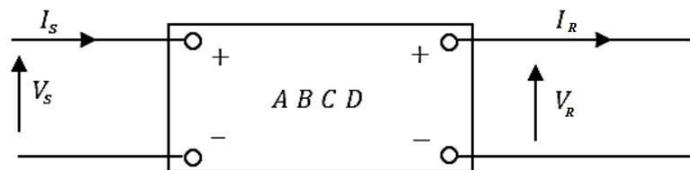


Figure 2.17 : Représentation schématisée d'un réseau à deux extrémités utilisant des constantes ABCD

La relation entre ces constantes et les tensions et courants s'exprime sous la forme :

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_R \\ I_R \end{bmatrix} \quad (2-53)$$

Ainsi les valeurs des constantes A, B, C, D, correspondantes aux modèles de lignes présentés dans la section précédente, sont résumées par le tableau suivant : [6]

Tableau 2.03 : Constantes ABCD des lignes de transmission

CONSTANTES ABCD DES LIGNES DE TRANSMISSION				
Longueur de la ligne	COURTE	MOYENNE	MOYENNE	LONGUE
Circuit équivalent	Impédance équivalente seulement	π	T	Paramètres distribués
A	1	$1 + \frac{1}{2}YZ$	$1 + \frac{1}{2}YZ$	$\cosh \gamma l$
B	Z	Z	$Z \left[1 + \frac{1}{4}(YZ) \right]$	$Z_0 \sinh \gamma l$
C	0	$Y \left[1 + \frac{1}{4}(YZ) \right]$	Y	$\frac{\sinh \gamma l}{Z_0}$
D	1	$1 + \frac{1}{2}YZ$	$1 + \frac{1}{2}YZ$	$\cosh \gamma l$

Notons que les schémas en π et en T considérés dans ce tableau sont de type symétrique.

2.6.3 Les constantes linéiques des lignes aériennes

2.6.3.1 Modèle des lignes aériennes triphasées

Modélisons une ligne (aérienne) triphasée de longueur élémentaire par le circuit équivalent suivant [17] :

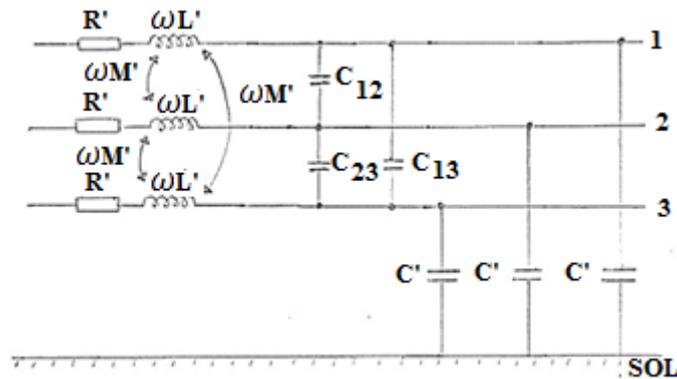


Figure 2.18 : Modèle des lignes aériennes triphasées

Notons que R' , L' , C' , M' (inductance mutuelle) sont des grandeurs par unité de longueur. Ces grandeurs permettent d'étudier le comportement exact des lignes aériennes et des câbles.

2.6.3.2 Matrice des coefficients de potentiels

La matrice des coefficients de potentiels $[\lambda]$ est utile pour la détermination des paramètres linéiques d'une ligne. Supposons qu'on a une ligne triphasée (phase 1-2-3) en nappe-voûte sans conducteur de garde, et imaginons l'image électrique de chaque conducteur par rapport au sol.

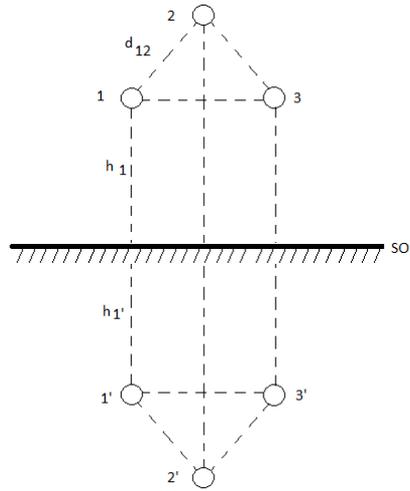


Figure 2.19 : Image d'une ligne triphasée en nappe-voûte par rapport au sol

Le potentiel électrique au point 1 (phase 1) est égal à la somme des potentiels créés par chaque conducteur en ce point. Si a est le rayon des conducteurs, et ϵ_0 la permittivité diélectrique dans le vide (car on a des conducteurs aériennes, $\epsilon_0 = 1/(36 \cdot \pi \cdot 10^9) = 8,8419 \cdot 10^{-12} F/m$), alors le potentiel en un point k est :

$$v_{s k} = \frac{q_k}{2\pi\epsilon_0} \text{Log} \left(\frac{2h_k - a}{a} \right) + \sum_{j \neq k} \frac{q_j}{2\pi\epsilon_0} \text{Log} \left(\frac{d_{kj'}}{d_{kj}} \right) \quad (2-54)$$

Avec q_k la charge électrique au point k (supposée statique) et $a \ll h_k$.

Si $[q]$ est la matrice des charges linéiques de la ligne, alors la matrice des potentiels électriques $[V]$ s'écrit :

$$[V] = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} [\lambda][q] \text{ soit } \begin{pmatrix} v_{s1} \\ v_{s2} \\ v_{s3} \end{pmatrix} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} [\lambda] \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} \quad (2-55)$$

Par analogie avec l'équation (2-53), on obtient :

$$[\lambda] = \begin{pmatrix} \text{Log} \frac{2h_1}{a} & \text{Log} \frac{d_{12}'}{d_{12}} & \text{Log} \frac{d_{13}'}{d_{13}} \\ \text{Log} \frac{d_{21}'}{d_{21}} & \text{Log} \frac{2h_2}{a} & \text{Log} \frac{d_{23}'}{d_{23}} \\ \text{Log} \frac{d_{31}'}{d_{31}} & \text{Log} \frac{d_{32}'}{d_{32}} & \text{Log} \frac{2h_3}{a} \end{pmatrix} \quad (2-56)$$

Supposons que la ligne est régulièrement transposée et utilisons la notion de longueur équivalente :

$$h_{eq} = (h_1 h_2 h_3)^{1/3}; \quad d'_{eq} = (d_{1'2} d_{2'3} d_{3'1})^{1/3}; \quad d_{eq} = (d_{12} d_{23} d_{31})^{1/3} \quad (2-57)$$

D'où $[\lambda]$ devient :

$$[\lambda_t] = \begin{pmatrix} \text{Log} \frac{2h_{eq}}{a} & \text{Log} \frac{d'_{eq}}{d_{eq}} & \text{Log} \frac{d'_{eq}}{d_{eq}} \\ \text{Log} \frac{d'_{eq}}{d_{eq}} & \text{Log} \frac{2h_{eq}}{a} & \text{Log} \frac{d'_{eq}}{d_{eq}} \\ \text{Log} \frac{d'_{eq}}{d_{eq}} & \text{Log} \frac{d'_{eq}}{d_{eq}} & \text{Log} \frac{2h_{eq}}{a} \end{pmatrix} \quad (2-58)$$

2.6.3.3 Constantes longitudinales (Impédance, R', L', M')

Considérons la figure (2.18) et notons pour un conducteur k : R'_k la résistance linéique, L'_{kk} l'inductance propre ; R'_n la résistance linéique du sol et M'_{ik} l'inductance mutuelle entre les conducteurs i et k. Pour k=1, on a :

$$u'_1 = (R'_1 + R'_n + j\omega L'_{11})i_1 + (R'_n + j\omega M'_{12})i_2 + (R'_n + j\omega M'_{13})i_3 \quad (2-59)$$

En faisant de même pour k=2 et k=3, on obtient les matrices suivantes :

$$\begin{pmatrix} u'_1 \\ u'_2 \\ u'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R'_1 + R'_n + j\omega L'_{11} & R'_n + j\omega M'_{12} & R'_n + j\omega M'_{13} \\ R'_n + j\omega M'_{21} & R'_2 + R'_n + j\omega L'_{22} & R'_n + j\omega M'_{23} \\ R'_n + j\omega M'_{31} & R'_n + j\omega M'_{32} & R'_3 + R'_n + j\omega L'_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} \quad (2-60)$$

Les éléments de la diagonale de la matrice cubique (matrice des impédances équivalentes $[Z'_{eq}]$) constituent les impédances propres linéiques notées Z'_p et les éléments non diagonaux sont les impédances mutuelles notées par Z'_m . Si la ligne est régulièrement transposée et les conducteurs sont identiques, alors les impédances propres et mutuelles sont égales à :

$$Z'_p = R' + R'_n + j\omega L' = (Z'_{11} + Z'_{22} + Z'_{33})/3 \quad (2-61)$$

$$Z'_m = R'_n + j\omega M' = (Z'_{12} + Z'_{23} + Z'_{31})/3 \quad (2-62)$$

Si le système est déséquilibré, alors il est préférable d'utiliser la matrice des composantes symétriques $[Z'_{sym}]$ qui s'obtient par la transformation de Fortescue (ou la méthode des composantes symétriques) :

$$[Z'_{sym}] = [T]^{-1} [Z'_{eq}] [T] \quad (2-63)$$

Avec $[T]$ la matrice de Fortescue :

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \bar{a}^2 & \bar{a} \\ 1 & \bar{a} & \bar{a}^2 \end{bmatrix} \text{ et } [T]^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \bar{a} & \bar{a}^2 \\ 1 & \bar{a}^2 & \bar{a} \end{bmatrix} \quad (2-64)$$

$$\text{Où } \bar{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}} ; 1 + \bar{a}^2 + \bar{a} = 0 \text{ et } \bar{a}^3 = 1 \quad (2-65)$$

$$[Z'_{sym}] = \begin{bmatrix} Z'_p + 2Z'_m & 0 & 0 \\ 0 & Z'_p - Z'_m & 0 \\ 0 & 0 & Z'_p - Z'_m \end{bmatrix} \quad (2-66)$$

Avec

$$Z'_{(o)} = Z'_p + 2Z'_m = R' + 3R'_n + j\omega(L' + 2M') \text{ (impédance homopolaire)} \quad (2-67)$$

$$Z'_{(d)} = Z'_{(i)} = Z'_p - Z'_m = R' + j\omega(L' - M') \text{ (impédances directe et inverse)} \quad (2-68)$$

a. Résistances linéiques des conducteurs :

Considérons 50 Hz la fréquence du réseau et négligeons l'effet de peau dû à la variation de fréquence, la résistance d'un conducteur i de longueur l_i , de surface S_i , de résistivité ρ_i ou de conductivité γ_i est donnée par la relation :

$$R_i = \frac{\rho_i l_i}{S_i} = \frac{l_i}{\gamma_i S_i} \quad (2-69)$$

Pour une longueur élémentaire, on a une résistance linéique donnée par

$$R'_i = \frac{R_i}{l_i} = \frac{1}{\gamma_i S_i} \quad (2-70)$$

b. Inductances propres et mutuelles :

Le passage d'un courant électrique d'intensité i dans un conducteur cylindrique de longueur supposée infinie, crée un champ d'induction magnétique circulaire dont la composante tangentielle à l'extérieur du conducteur (à une distance r du centre) est donnée par le théorème d'Ampère :

$$B = \mu_0 i / (2\pi r) \quad (2-71)$$

Avec $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ [H/m] (perméabilité du vide)

Dans le cas de plusieurs conducteurs, l'inductance résultante est la somme des Vecteurs inductions produits par chaque conducteur.

Considérons la figure (2.18) et supposons que le sol est non conducteur (conductivité nulle).

Le flux élémentaire à l'extérieur embrassé par tous les conducteurs sur le conducteur 1 est :

$$\psi_1^{ext} = L'_{11} i_1 + M'_{12} i_2 + M'_{13} i_3 \quad (2-72)$$

$$\psi_1^{ext} = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi} \text{Log} \frac{2h_1}{a} + \frac{\mu_0 i_2}{2\pi} \text{Log} \frac{d'_{12}}{d_{12}} + \frac{\mu_0 i_3}{2\pi} \text{Log} \frac{d'_{13}}{d_{13}} \quad (2-73)$$

En utilisant la notion des longueurs équivalentes, on a

$$\psi_1^{ext} = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi} \text{Log} \frac{2h_{eq}}{a} + \frac{\mu_0 i_2}{2\pi} \text{Log} \frac{d'_{eq}}{d_{eq}} + \frac{\mu_0 i_3}{2\pi} \text{Log} \frac{d'_{eq}}{d_{eq}} \quad (2-74)$$

En faisant de même avec les autres conducteurs, on obtient :

$$\begin{pmatrix} \psi_1^{ext} \\ \psi_2^{ext} \\ \psi_3^{ext} \end{pmatrix} = \frac{\mu_0}{2\pi} \begin{pmatrix} \text{Log} \frac{2h_{eq}}{a} & \text{Log} \frac{d'_{eq}}{d_{eq}} & \text{Log} \frac{d'_{eq}}{d_{eq}} \\ \text{Log} \frac{d'_{eq}}{d_{eq}} & \text{Log} \frac{2h_{eq}}{a} & \text{Log} \frac{d'_{eq}}{d_{eq}} \\ \text{Log} \frac{d'_{eq}}{d_{eq}} & \text{Log} \frac{d'_{eq}}{d_{eq}} & \text{Log} \frac{2h_{eq}}{a} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix} \quad (2-75)$$

Or :

$$[\psi^{ext}] = [L'^{ext}][i] \quad (2-76)$$

Par identification :

$$[L'^{ext}] = \frac{\mu_0}{2\pi} [\lambda_t] \quad (2-77)$$

En mode sans homopolaire ($i_1 + i_2 + i_3 = 0$) on a :

$$\psi_1^{ext} = \frac{\mu_0}{2\pi} \text{Log} \left(\frac{2h_{eq} d_{eq}}{a d'_{eq}} \right) i_1 = (L'_{11}{}^{ext} - M'_{12}) i_1 \quad (2-78)$$

On fait de même pour les conducteurs 2 et 3 et on obtient alors l'inductance cyclique extérieure :

$$L'^{ext} = L'_{11}{}^{ext} - M'_{12} = \frac{\mu_0}{2\pi} \text{Log} \left(\frac{2h_{eq} d_{eq}}{a d'_{eq}} \right) \quad (2-79)$$

En mode avec homopolaire ($i_1 = i_2 = i_3 = 0$) on a :

$$\psi_1^{ext} = \psi_0^{ext} = \frac{\mu_0}{2\pi} \text{Log} \left(\frac{2h_{eq}}{a} \left(\frac{d'_{eq}}{d_{eq}} \right)^2 \right) i_1 = (L'_{11}{}^{ext} + 2M'_{12}) i_1 \quad (2-80)$$

C'est identique pour les autres conducteurs, d'où l'inductance cyclique extérieure :

$$L'_0{}^{ext} = L'_{11}{}^{ext} + 2M'_{12} = \frac{\mu_0}{2\pi} \text{Log} \left(\frac{2h_{eq}}{a} \left(\frac{d'_{eq}}{d_{eq}} \right)^2 \right) \quad (2-81)$$

Introduisons maintenant l'inductance cyclique intérieure qui est identique pour tous les conducteurs :

$$L'^{int} = \frac{\mu_0}{8\pi} \quad (2-82)$$

Pour le conducteur 1, l'inductance propre totale est

$$L'_{11} = L'_{11}{}^{ext} + L'^{int} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{1}{4} + \text{Log} \frac{2h_{eq}}{a} \right) \quad (2-83)$$

Ainsi, en mode direct sans homopolaire, l'inductance cyclique est :

$$L' = L'^{ext} + L'^{int} = L'_{11} - M'_{12} \quad (2-84)$$

En mode homopolaire, on a :

$$L'_0 = L'_0{}^{ext} + L'^{int} = L'_{11} + 2M'_{12} \quad (2-85)$$

Supposons maintenant que le sol est conducteur, donc la conductivité est différente de 0. Soit ρ_s la résistivité du sol, ω la pulsation (en fonction de la fréquence du réseau). Dans ce cas, la ligne neutre descend plus bas, repérée par δ la profondeur de pénétration. L'image électrique a maintenant pour axe de symétrie cette nouvelle ligne neutre. Ainsi on a $h'_1, h'_2, h'_3, d'_{1/2}, d'_{2/3}$ et $d'_{3/1}$ différents de ceux de l'équation (2-57) et on remplace les longueurs équivalentes par h'_{eq} et d''_{eq} (d_{eq} reste le même).

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \rho_s \omega}} \quad (2-86)$$

$$\begin{aligned} h'_1 &= h_1 + \delta ; h'_2 = h_2 + \delta ; h'_3 = h_3 + \delta ; \\ h'_{eq} &= (h'_1 h'_2 h'_3)^{1/3} ; d''_{eq} = (d'_{1/2} d'_{2/3} d'_{3/1})^{1/3} \end{aligned} \quad (2-87)$$

2.6.3.4 Constantes transversales (Admittance, C')

a. Capacités linéiques des conducteurs :

En utilisant $[\lambda_t]$ et l'équation (2-55), on en déduit :

$$[q] = 2\pi\varepsilon_0[\lambda_t]^{-1}[V] \quad (2-88)$$

Or la matrice des capacités est :

$$[q] = [C][V] \quad (2-89)$$

Donc

$$[C] = 2\pi\varepsilon_0[\lambda_t]^{-1} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{pmatrix} \quad (2-90)$$

On a alors :

$$q_1 = C_{11} v_{S1} + C_{12} v_{S2} + C_{13} v_{S3} \quad (2-91)$$

Or

$$C_{12} = C_{13} \text{ et } v_{S1} + v_{S2} + v_{S3} = 0 \text{ (régime sans homopolaire)} \quad (2-92)$$

D'où

$$q_1 = (C_{11} - C_{12}) v_{S1} \quad (2-93)$$

Ainsi la capacité linéique en régime sans homopolaire est :

$$C' = C_{11} - C_{12} = (2\pi\varepsilon_0)/\text{Log} \left(\frac{2h_{eq} d_{eq}}{a d'_{eq}} \right) \quad (2-94)$$

En régime homopolaire :

$$q_1 = q_2 = q_3 = q_0 \text{ et } v_{S1} = v_{S2} = v_{S3} = v_0 \quad (2-95)$$

On a de l'équation (2-54) :

$$v_{S1} = \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0} \text{Log} \frac{2h_{eq}}{a} + \frac{q_2}{2\pi\varepsilon_0} \text{Log} \frac{d'_{eq}}{d_{eq}} + \frac{q_3}{2\pi\varepsilon_0} \text{Log} \frac{d'_{eq}}{d_{eq}} \quad (2-96)$$

$$v_{S1} = v_0 = \frac{q_0}{2\pi\varepsilon_0} \left(\text{Log} \frac{2h_{eq}}{a} + \text{Log} \left(\frac{d'_{eq}}{d_{eq}} \right)^2 \right) \quad (2-97)$$

D'où

$$C'_0 = \frac{q_0}{v_0} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\text{Log} \left(\frac{2h_{eq}}{a} \left(\frac{d'_{eq}}{d_{eq}} \right)^2 \right)} = C_{11} + 2C_{12} \quad (2-98)$$

Ces capacités peuvent être également données par les formules pratiques :

$$C'_{prt} = (2\pi\varepsilon_0)/\text{Log} \left(\frac{d_{eq}}{a} \right) \quad (2-99)$$

$$C'_{0prt} = (2\pi\varepsilon_0)/\text{Log} \left(\frac{(2h_{eq})^3}{a d_{eq}^2} \right) \quad (2-100)$$

b. Matrice des capacités et admittances nodales :

Modélisons les composantes transversales par la figure suivante :

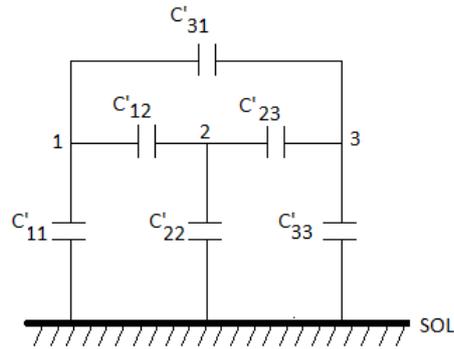


Figure 2.20 : Exemple élémentaire d'une ligne avec 3 conducteurs (composantes transversales)

Soit $[CN']$ la matrice des capacités nodales, donnée par la relation :

$$[Q'] = [CN'] \cdot [U] \quad (2-101)$$

On peut exprimer les éléments de $[CN']$ en fonction des capacités partielles.

$$CN'_{11} = C'_{11} + C'_{12} + C'_{31} \quad (2-102)$$

$$CN'_{22} = C'_{22} + C'_{12} + C'_{23} \quad (2-103)$$

$$CN'_{33} = C'_{33} + C'_{23} + C'_{31} \quad (2-104)$$

$$CN'_{12} = -C'_{12}; CN'_{23} = -C'_{23}; CN'_{31} = -C'_{31} \quad (2-105)$$

D'où la forme générale :

$$CN'_{ii} = \sum_k C'_{ik} \quad (2-106)$$

$$CN'_{ik} = CN'_{ki} = -C'_{ik} = -C'_{ki} \quad (2-107)$$

De même, en considérant que les points 1,2 et 3 sont des nœuds d'un réseau, non pas des conducteurs, on obtient donc les éléments de la matrice des admittances nodales $[\bar{Y}']$ (ou $[Y_{bus}]$) par :

$$\bar{Y}'_{ii} = \sum_k \bar{y}'_{ik} \quad (2-108)$$

$$\bar{Y}'_{ik} = \bar{Y}'_{ki} = -\bar{y}'_{ik} = -\bar{y}'_{ki} \quad (2-109)$$

Avec \bar{y}'_{ik} l'admittance partielle entre les nœuds i et k

\bar{y}'_{ii} l'admittance partielle du nœud i contre terre

Si les conducteurs sont identiques (ligne transposée), les capacités partielles des conducteurs contre terre C'_p et entre conducteurs C'_m sont égales. On a donc :

$$CN'_{11} = CN'_{22} = CN'_{33} = C'_p + 2C'_m \quad (2-110)$$

$$CN'_{12} = CN'_{23} = CN'_{31} = -C'_m \quad (2-111)$$

$$C'_p = (C'_{11} + C'_{22} + C'_{33})/3 \quad (2-112)$$

$$C'_m = (C'_{12} + C'_{23} + C'_{31})/3 \quad (2-113)$$

D'où la matrice :

$$\begin{pmatrix} \overline{Q}'_1 \\ \overline{Q}'_2 \\ \overline{Q}'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C'_p + 2C'_m & -C'_m & -C'_m \\ -C'_m & C'_p + 2C'_m & -C'_m \\ -C'_m & -C'_m & C'_p + 2C'_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{U}_1 \\ \overline{U}_2 \\ \overline{U}_3 \end{pmatrix} \quad (2-114)$$

c. Matrice des admittances transversales directes :

En mode directe (de même pour le mode inverse), on a $U_1 + U_2 + U_3 = 0$. Comme l'on a vu dans l'équation (2-88), on a donc

$$\begin{pmatrix} \overline{Q}'_1 \\ \overline{Q}'_2 \\ \overline{Q}'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C'_p + 3C'_m & 0 & 0 \\ 0 & C'_p + 3C'_m & 0 \\ 0 & 0 & C'_p + 3C'_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{U}_1 \\ \overline{U}_2 \\ \overline{U}_3 \end{pmatrix} \quad (2-115)$$

On obtient ainsi le schéma équivalent suivant :

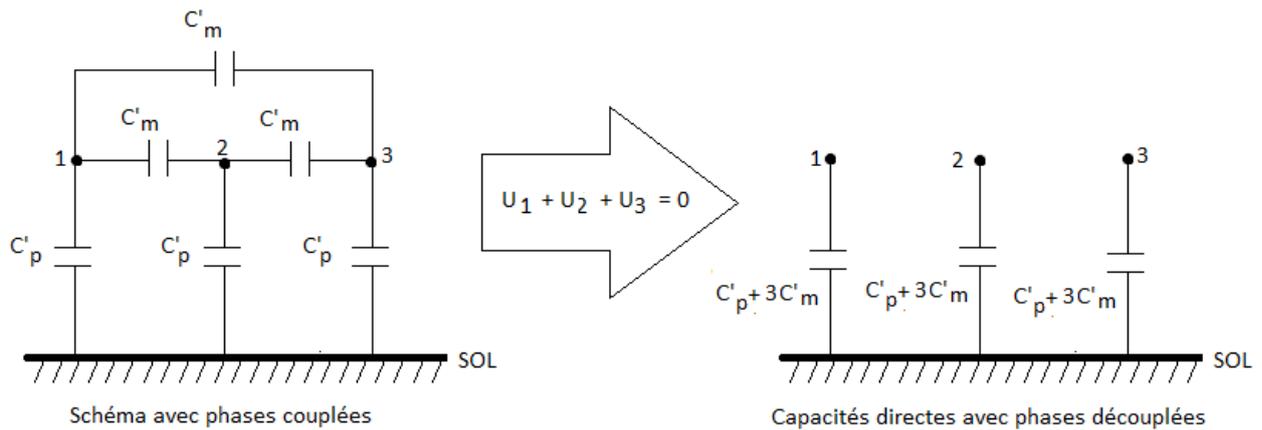


Figure 2.21 : Schéma équivalent direct d'une ligne avec 3 conducteurs (composantes transversales)

Ainsi on définit l'admittance directe équivalente par phase par :

$$Y'_{(1)} = j\omega C'_{(1)} = j\omega(C'_p + 3C'_m) \quad (2-116)$$

d. Matrice des admittances transversales homopolaires :

En mode homopolaire, on a $U_1 = U_2 = U_3$. Comme dans l'équation (2-98) on obtient l'équation suivant :

$$\begin{pmatrix} \overline{Q}'_1 \\ \overline{Q}'_2 \\ \overline{Q}'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C'_p & 0 & 0 \\ 0 & C'_p & 0 \\ 0 & 0 & C'_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{U}_1 \\ \overline{U}_2 \\ \overline{U}_3 \end{pmatrix} \quad (2-117)$$

D'où le schéma équivalent suivant :

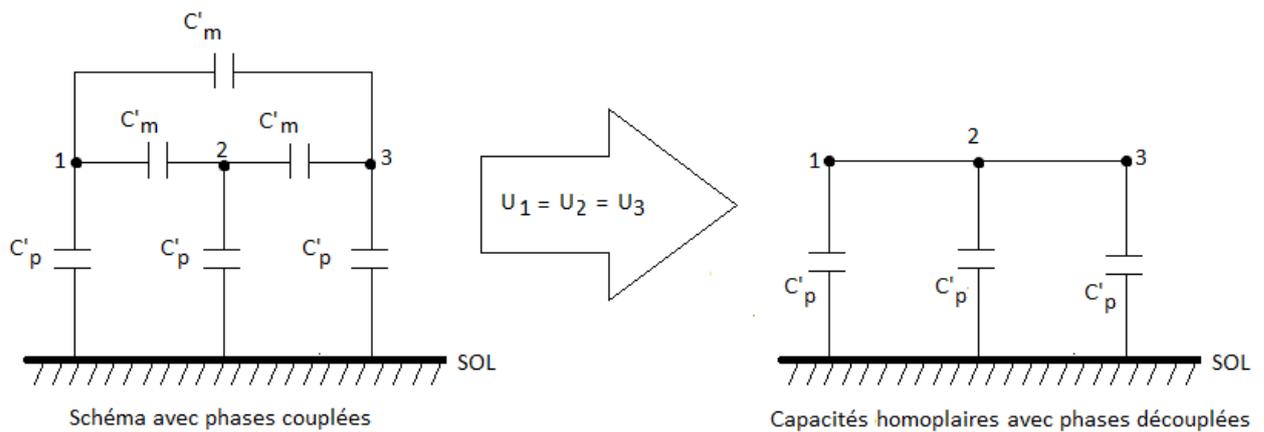


Figure 2.22 : Schéma équivalent homopolaire d'une ligne avec 3 conducteurs (composantes transversales)

Ainsi, on obtient l'admittance homopolaire par la relation :

$$Y'_{(0)} = j\omega C'_{(0)} = j\omega C'_p \quad (2-118)$$

e. Matrice des admittances transversales symétriques :

Notons $[\overline{Y}'_{sym}]$ cette matrice. Elle s'obtient en ordonnant les lignes et les colonnes comme suit :

$$[\overline{Y}'_{sym}] = j\omega \begin{pmatrix} C'_p & 0 & 0 \\ 0 & C'_p + 3C'_m & 0 \\ 0 & 0 & C'_p + 3C'_m \end{pmatrix} \quad (2-119)$$

2.7 Conclusion

On a vu dans ce chapitre qu'il existe trois manières pour représenter un réseau électrique : schéma unifilaire, circuit monophasé équivalent et circuit triphasé équivalent. L'utilisation de ces représentations nous aide à déterminer les caractéristiques du réseau : la tension, le courant, les puissances, les impédances et les admittances. Nous avons vu également que le système en per unit simplifie la modélisation et le calcul des charges ou « load ».

Parmi les éléments du réseau, on peut dire que les lignes électriques constituent les artères d'un réseau d'énergie électrique, du fait que les puissances qui seront transitées dans le réseau dépendent des paramètres linéiques de la ligne. Ces derniers peuvent être décomposés en deux groupes : constantes longitudinales (impédances, résistances, inductances) et constantes transversales (admittances et les capacités). Pour le calcul des flux de charges ou de l'écoulement de puissance (Load Flow) on s'intéressera de plus près aux admittances transversales dont les détails seront présentés dans le chapitre suivant.

CHAPITRE 3

MODELISATION DE L'ÉCOULEMENT DE PUISSANCE

3.1 Introduction

Nous avons vu précédemment la modélisation des éléments d'un réseau électrique, notamment les branches, les charges et les lignes. Dans le présent chapitre, nous allons voir l'écoulement de puissance, appelé aussi répartition de puissance, en Anglais « Load Flow ». En effet, l'objectif est de mesurer les puissances actives et réactives au niveau de chaque nœud ou « bus » du réseau. En connaissant les puissances générées et consommées (Load) au niveau de chaque nœud, on obtient les pertes ainsi que les puissances transitées dans les branches, données utiles pour la régulation du réseau. Nous allons voir de plus près ces principes dans la première partie de ce chapitre. Ensuite, nous allons formuler le problème à résoudre avec les méthodes numériques de Gauss-Seidel et Newton-Raphson. Même si notre étude se focalise plus particulièrement sur ces deux méthodes, nous allons quand même voir en quelques lignes d'autres méthodes courantes dans la résolution des problèmes des répartitions de puissances, comme le Découplage actif/réactif, le DC-Flow et l'optimisation des puissances actives.

3.2 Principe de la répartition de puissance

3.2.1 Bilan de puissance

Soit « i » un nœud du réseau électrique, ayant les variables P_i , Q_i (puissances nettes injectées au nœud) et U_i , θ_i (Tension et angle de tension au nœud). Les puissances générées (productions) au nœud « i » sont notées P_{G_i} et Q_{G_i} , tandis que les puissances consommées (Consommations des charges ou « Load ») sont notées P_{L_i} et Q_{L_i} .

Considérons la figure ci-dessous qui représente le principe général de la commande des puissances dans un réseau d'énergie électrique.

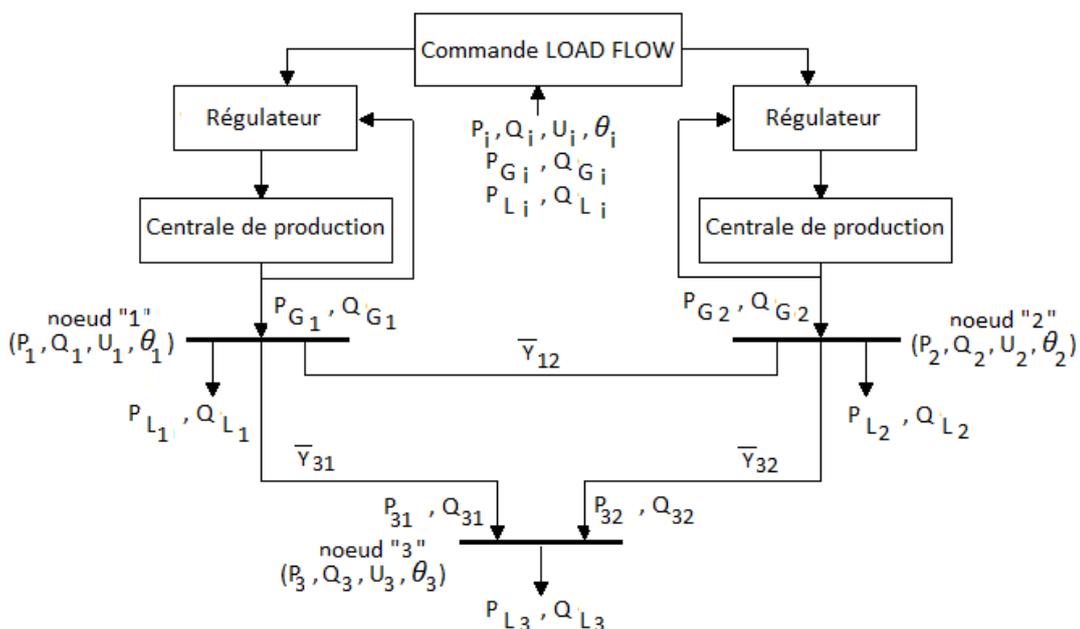


Figure 3.01 : Commande des puissances dans un réseau électrique

Le bilan de puissance en un nœud « p » du réseau nous donne :

$$P_p = P_{G_p} - P_{L_p} = \sum_q P_{pq} \quad (3-1)$$

$$Q_p = Q_{G_p} - Q_{L_p} = \sum_q Q_{pq} \quad (3-2)$$

Les valeurs de P_p , Q_p expriment les pertes actives et générations ou consommations réactives du réseau au nœud « p ».

3.2.2 Classification des nœuds dans un réseau électrique

On a vu que chaque nœud du réseau est caractérisé par quatre variables : P_i , Q_i , U_i , θ_i . Si on connaît deux de ces quatre variables, alors on peut déterminer les deux autres à partir des équations principales de l'écoulement de puissance. Il y a donc $4 \times 3 / 2 = 6$ choix possibles, mais seuls les 3 suivants ont une importance pratique :

- Nœuds PQ : Pour ce type de nœuds, on associe généralement les charges. Ces dernières sont caractérisées par la consommation des puissances active et réactive. On peut aussi associer des générateurs avec des puissances active et réactive fixées. Les variables à déterminer sont le module et la phase de la tension.
- Nœuds PV : ce type de nœuds est utilisé pour représenter une production réactive réglable. On spécifie la puissance active et le module de la tension pour déterminer la phase de la tension et la puissance réactive.
- Nœuds bilan : Il y a au moins un nœud bilan par réseau où on associe la centrale de production la plus puissante (générateur balancier ou « slack bus »). On spécifie au nœud bilan la phase et le module de la tension (nœud de référence $\theta = 0$). Les variables à déterminer sont les puissances active et réactive.

Tableau 3.01 : Classification des nœuds

Type de nœud	Grandeurs spécifiées	Grandeurs recherchées
Nœud consommateur (PQ)	P, Q	U, θ
Nœud contrôle (PV)	P, U	Q, θ
Nœud bilan	U, θ	P, Q

3.2.3 Objectif

Le tableau dans la section précédente nous permet de dire que l'étude en Load Flow consiste à calculer les tensions (amplitudes et phases) dans un réseau électrique à partir des répartitions données des puissances actives et réactives. Mathématiquement, ce problème peut être traduit à un ensemble d'équations non linéaires, où les modules et les phases des tensions aux niveaux des nœuds sont les variables.

$$P = f(U_1, \dots, U_n, \theta_1, \dots, \theta_n) \quad (3-3)$$

$$Q = g(U_1, \dots, U_n, \theta_1, \dots, \theta_n) \quad (3-4)$$

f et g sont des fonctions vectorielles.

Les résultats obtenus par la résolution de ces équations aident l'exploitant du système électrique à connaître non seulement les niveaux de tension de tous les nœuds, et mais aussi les puissances transitées dans chaque branche, les pertes de puissances, les contraintes qui sont forcées et permet également de déterminer les lignes électriques surchargées.

3.3 Mise en équation

3.3.1 Topologie et paramètres du réseau

Il est évident que la première chose à faire avant de résoudre un problème d'écoulement de puissance est de déterminer la topologie du réseau. Puis numéroté les nœuds et énumérer les données connues. Considérons l'exemple suivant (l'angle de tension est noté φ) :

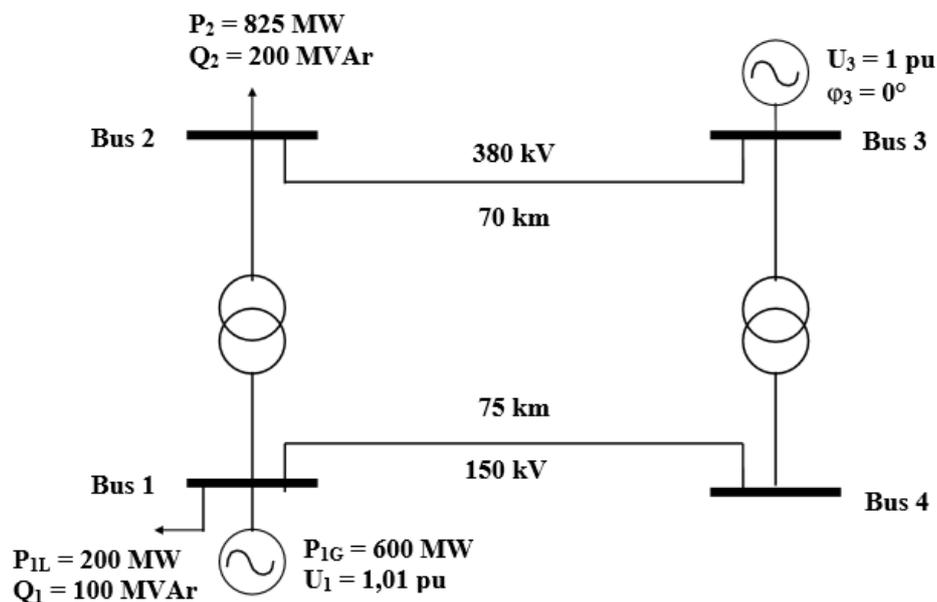


Figure 3.02 : Exemple de topologie d'un réseau électrique [14]

Les données associées à ce réseau sont représentées dans le tableau suivant :

Tableau 3.02 : Données connues du réseau [14]

	i	k	R (Ω/km)	X (Ω/km)	U (kV)	L (km)
LIGNE	1	4	0	0.2875	150	75
LIGNE	2	3	0	0.21	380	70
	i	k	R (%)	X (%)	S (MVA)	
TFO	2	1	0	13	295	
TFO	3	4	0	13	295	
	i	P (MW)	Q (MVar)			
LOAD	1	200	100			
LOAD	2	825	200			
LOAD	4	0	0			
	i	P (MW)	Q (MVar)	U (pu)		
GEN	3	0	0	1		
GEN	1	600	0	1.01		

3.3.2 Conversion en système per-unit

Nous allons ensuite exprimer les grandeurs électriques connues en per-unit (pu). Pour cela, fixons d'abord les grandeurs de base. Pour le nœud 1, posons $S_{B1} = 100$ MVA et $U_{B1} = 150$ kV. En utilisant l'équation (2-26) : $S_B = U_B^2/Z_B$, on obtient $Z_{B1} = 225 \Omega$. De même, pour le nœud 2, on a : $S_{B2} = 100$ MVA, $U_{B2} = 380$ kV, $Z_{B2} = 1444 \Omega$. Ainsi, on obtient :

$$\text{Ligne 1-2} : X_{12} = [0,13 \text{ pu}]_{295 \text{ MVA}} = [0,0441 \text{ pu}]_{100 \text{ MVA}} \quad (3-5)$$

$$\text{Ligne 2-3} : X_{23} = [0,0102 \text{ pu}]_{380 \text{ kV}} \quad (3-6)$$

$$\text{Ligne 3-4} : X_{34} = [0,13 \text{ pu}]_{295 \text{ MVA}} = [0,0441 \text{ pu}]_{100 \text{ MVA}} \quad (3-7)$$

$$\text{Ligne 1-4} : X_{14} = [0,0958 \text{ pu}]_{150 \text{ kV}} \quad (3-8)$$

$$\text{Charge 1} : P_{1L} = 2 \text{ pu} ; Q_1 = 1 \text{ pu} \quad (3-9)$$

$$\text{Charge 2} : P_2 = 8,25 \text{ pu} ; Q_2 = 2 \text{ pu} \quad (3-10)$$

$$\text{Générateur 1} : P_{1G} = 6 \text{ pu} ; U_1 = 1,01 \text{ pu} \quad (3-11)$$

$$\text{Générateur balancier 3} : U_3 = 1 \text{ pu} ; \varphi_3 = 0^\circ \quad (3-12)$$

On peut ensuite établir le schéma équivalent en per-unit suivant :

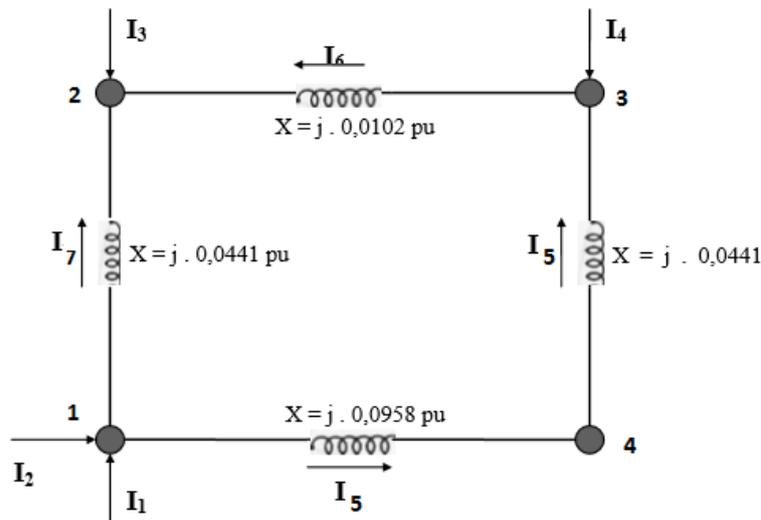


Figure 3.03 : Schéma équivalent en per-unit du réseau exemple [14]

3.3.3 Etablissement de la matrice des admittances nodales

On sait que :

$$\bar{Y} = \frac{1}{\bar{Z}} = \frac{1}{R + jX} \quad (3-13)$$

Utilisons les équations (2-101) et (2-102) pour déterminer les éléments de la matrice des admittances nodales $[Y]$ (ou $[Y]_{bus}$). Pour l'exemple prise précédemment on obtient :

$$[Y] = \begin{pmatrix} -j 55,8 & j 22,7 & j 33,1 \\ j 22,7 & -j 121 & j 98,2 \\ j 33,1 & j 98,2 & -j 131 \end{pmatrix} \quad (3-14)$$

Notons qu'il existe une autre manière pour établir la matrice des admittances nodales. En effet, elle représente simultanément la topologie du système plus les valeurs des admittances des branches. La topologie du système est traduite par la matrice d'incidence nœuds-branches $[C]$.

$$[Y] = [C][y][C]^T \quad (3-15)$$

Avec $[y]$ la matrice diagonale des admittances primitives.

L'utilisation de cette méthode est présentée en annexe.

3.3.4 Détermination des inconnues

En classifiant les nœuds de notre exemple selon les trois types de nœud, on a :

- Nœud 1 – type « PV » :

$$P_1 = 6 - 2 = 4 \text{ pu} ; \quad Q_1 = ? ; \quad U_1 = 1.01 \text{ pu} ; \quad \varphi_1 = ? \quad (3-16)$$

- Nœud 2 – type « PQ » :

$$P_2 = -8.25 \text{ pu} ; \quad Q_2 = -2 \text{ pu} ; \quad U_2 = ? ; \quad \varphi_2 = ? \quad (3-17)$$

- Nœud 3 – nœud bilan :

$$P_3 = ? ; \quad Q_3 = ? ; \quad U_3 = 1 \text{ pu} ; \quad \varphi_3 = 0^\circ \quad (3-18)$$

3.3.5 Equations à résoudre

3.3.5.1 Equation générale de la puissance

Rappelons qu'en système per unit les tensions, courants, impédances et admittances ne changent pas quand elles sont rapportées du primaire au secondaire ou inversement ($V_i = U_i$). Cela donne un avantage considérable pour l'étude des réseaux importants comportant un grand nombre de transformation.

On sait que la tension (avec angle de phase θ_i) en un nœud « i » du réseau est donnée par :

$$\bar{V}_i = |\bar{V}_i| \angle \theta_i = |\bar{V}_i| (\cos \theta_i + j \sin \theta_i) \quad (3-19)$$

De même l'admittance propre au nœud « i » est :

$$\bar{Y}_{ii} = |\bar{Y}_{ii}| \angle \delta_{ii} = |\bar{Y}_{ii}| (\cos \delta_{ii} + j \sin \delta_{ii}) \quad (3-20)$$

Et l'admittance mutuelle entre le nœud « i » et le nœud « j » est :

$$\bar{Y}_{ij} = |\bar{Y}_{ij}| \angle \delta_{ij} = |\bar{Y}_{ij}| (\cos \delta_{ij} + j \sin \delta_{ij}) \quad (3-21)$$

Si le réseau contient « n » nœuds, alors le courant injecté dans le nœud « i » est donné par :

$$\bar{I}_i = \bar{Y}_{i1} \bar{V}_1 + \bar{Y}_{i2} \bar{V}_2 + \dots + \bar{Y}_{in} \bar{V}_n = \sum_{k=1}^n \bar{Y}_{ik} \bar{V}_k \quad (3-22)$$

En notation matricielle :

$$[\bar{I}] = [\bar{Y}][\bar{V}] \quad \text{avec } [\bar{Y}] \text{ de dimension } n * n \quad (3-23)$$

Soit positive le courant qui entre dans un nœud et négative celui qui en sort. Par conséquent, les puissances actives et réactives entrant dans le nœud sont positives. D'où :

$$\bar{S}_i = P_i + jQ_i = \bar{V}_i \bar{I}_i^* \quad (3-24)$$

En utilisant l'expression conjuguée, on a :

$$\bar{S}_i^* = P_i - jQ_i = \bar{V}_i^* \bar{I}_i = \bar{V}_i^* \sum_{k=1}^n \bar{Y}_{ik} \bar{V}_k \quad (3-25)$$

$$\begin{aligned} P_i - jQ_i &= |\bar{V}_i| (\cos\theta_i - j.\sin\theta_i) \sum_{k=1}^n |\bar{Y}_{ik} \bar{V}_k| (\cos\delta_{ik} + j.\sin\delta_{ik}) (\cos\theta_k + j.\sin\theta_k) \\ &= \sum_{k=1}^n |\bar{Y}_{ik} \bar{V}_i \bar{V}_k| (\cos\theta_i - j.\sin\theta_i) (\cos\delta_{ik} + j.\sin\delta_{ik}) (\cos\theta_k + j.\sin\theta_k) \end{aligned} \quad (3-26)$$

Or, après résolution trigonométrique, on a :

$$\begin{aligned} &(\cos\theta_i - j.\sin\theta_i) (\cos\delta_{ik} + j.\sin\delta_{ik}) (\cos\theta_k + j.\sin\theta_k) \\ &= \cos(\delta_{ik} + \theta_k - \theta_i) + j \sin(\delta_{ik} + \theta_k - \theta_i) \end{aligned} \quad (3-27)$$

D'où :

$$P_i = \sum_{k=1}^n |\bar{Y}_{ik} \bar{V}_i \bar{V}_k| \cos(\delta_{ik} + \theta_k - \theta_i) = \text{Réel} \left\{ \bar{V}_i^* \sum_{k=1}^n \bar{Y}_{ik} \bar{V}_k \right\} \quad (3-28)$$

$$Q_i = - \sum_{k=1}^n |\bar{Y}_{ik} \bar{V}_i \bar{V}_k| \sin(\delta_{ik} + \theta_k - \theta_i) = -\text{Imag} \left\{ \bar{V}_i^* \sum_{k=1}^n \bar{Y}_{ik} \bar{V}_k \right\} \quad (3-29)$$

Il existe plusieurs façons de résoudre le système. Cependant, si nous considérons « k » nœuds de type « PV », il y correspond « k » θ_i inconnus, et en exprimant les équations relatives aux P_i et Q_i connus (P_i pour les nœuds « PV » des générateurs, P_i et Q_i pour les nœuds « PQ » des charges et aucune pour le nœud bilan), nous obtenons un système d'équation dont la résolution est généralement plus complexe au fur et à mesure que le nombre de nœuds croît. La résolution manuelle d'un tel problème n'est envisageable que pour un nombre de nœuds très réduit. Les systèmes plus complexes nécessiteront un soutien numérique à la résolution.

3.3.5.2 Puissance écoulee dans les branches

Considérons une branche du réseau entre deux nœuds i et j , et supposons que la ligne est modélisée en π . On a la figure suivante :

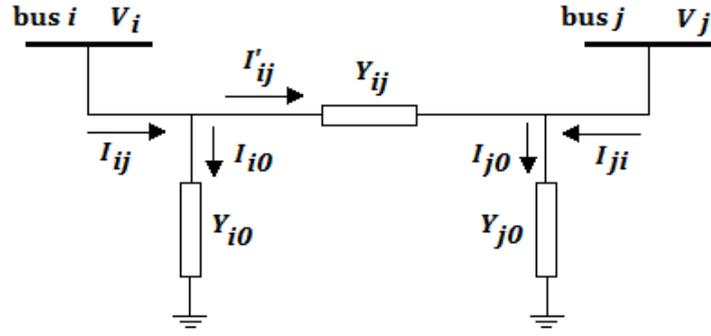


Figure 3.04 : Schéma équivalent en π d'une ligne entre deux nœuds i et j

On a les équations de base suivantes :

$$\bar{I}_{ij} = \bar{I}'_{ij} + \bar{I}_{i0} \quad (3-30)$$

$$\bar{V}_i = \bar{Z}_{i0} \bar{I}_{i0} \quad (3-31)$$

$$\bar{V}_i = \bar{Z}_{ij} \bar{I}'_{ij} + \bar{V}_j \quad (3-32)$$

En utilisant l'expression des courants, on obtient :

$$\bar{I}_{ij} = \frac{\bar{V}_i - \bar{V}_j}{\bar{Z}_{ij}} + \frac{\bar{V}_i}{\bar{Z}_{i0}} \quad (3-33)$$

En fonction des admittances, on a :

$$\bar{I}_{ij} = \bar{Y}_{ij} (\bar{V}_i - \bar{V}_j) + \bar{Y}_{i0} \bar{V}_i \quad (3-34)$$

En utilisant l'expression de la puissance apparente, on a :

$$\bar{S}_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij} = \bar{V}_i \bar{I}_{ij}^* = \bar{V}_i (\bar{Y}_{ij} (\bar{V}_i - \bar{V}_j) + \bar{Y}_{i0} \bar{V}_i)^* \quad (3-35)$$

Ainsi la puissance apparente qui s'écoule de i vers j est :

$$\bar{S}_{ij} = \bar{V}_i (\bar{V}_i^* - \bar{V}_j^*) \bar{Y}_{ij}^* + |\bar{V}_i|^2 \bar{Y}_{i0}^* \quad (3-36)$$

De même, la puissance apparente qui s'écoule de j vers i vaut :

$$\bar{S}_{ji} = \bar{V}_j (\bar{V}_j^* - \bar{V}_i^*) \bar{Y}_{ji}^* + |\bar{V}_j|^2 \bar{Y}_{j0}^* \text{ avec } \bar{Y}_{ij} = \bar{Y}_{ji} \quad (3-37)$$

Considérons maintenant que la ligne est parfaitement symétrique. Si Y est la totalité des admittances transversales de la ligne, alors on a :

$$\bar{Y}_{i0} = \bar{Y}_{j0} = \frac{\bar{Y}}{2} = \frac{G + jB}{2} = \frac{G}{2} + j\frac{B}{2} \quad (3-38)$$

Posons

$$\bar{Z}_{ij} = R + jX \quad (3-39)$$

En remplaçant \bar{Z}_{ij} et \bar{Y}_{i0} des équations (3-33) et (3-34), et en utilisant l'expression conjuguée, on obtient :

$$\bar{I}_{ij}^* = \frac{\bar{V}_i^* - \bar{V}_j^*}{R - jX} + \left(\frac{G}{2} - j\frac{B}{2} \right) \bar{V}_i^* \quad (3-40)$$

L'expression de la puissance devient donc :

$$\bar{S}_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij} = \bar{V}_i \bar{I}_{ij}^* = \bar{V}_i \left[\frac{\bar{V}_i^* - \bar{V}_j^*}{R - jX} + \left(\frac{G}{2} - j\frac{B}{2} \right) \bar{V}_i^* \right] \quad (3-41)$$

Rappelons que :

$$\begin{aligned} \bar{V}_i \bar{V}_i^* &= |\bar{V}_i|^2 = V_i^2 \quad \text{et} \quad \bar{V}_i = |\bar{V}_i| \angle \theta_i = V_i e^{j\theta_i} = V_i (\cos\theta_i + j \sin\theta_i) \\ \text{et} \quad \bar{V}_j^* &= |\bar{V}_j| \angle -\theta_j = V_j e^{-j\theta_j} = V_j (\cos\theta_j - j \sin\theta_j) \end{aligned} \quad (3-42)$$

L'équation (3-41) devient :

$$P_{ij} + jQ_{ij} = V_i^2 \left(\frac{G}{2} - j\frac{B}{2} + \frac{1}{R - jX} \right) - \left(\frac{V_i V_j e^{j(\theta_i - \theta_j)}}{R - jX} \right) \quad (3-43)$$

En supprimant l'expression complexe aux dénominateurs, et en posant $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$, on a :

$$\begin{aligned} P_{ij} + jQ_{ij} &= V_i^2 \left(\frac{G}{2} - j\frac{B}{2} + \frac{R}{R^2 + X^2} + j\frac{X}{R^2 + X^2} \right) \\ &\quad - \frac{V_i V_j}{R^2 + X^2} (R + jX) (\cos\theta_{ij} + j\sin\theta_{ij}) \\ &= V_i^2 \left(\frac{G}{2} + \frac{R}{R^2 + X^2} \right) + jV_i^2 \left(-\frac{B}{2} + \frac{X}{R^2 + X^2} \right) - \frac{V_i V_j}{R^2 + X^2} (R\cos\theta_{ij} - X\sin\theta_{ij}) \\ &\quad - j\frac{V_i V_j}{R^2 + X^2} (R\sin\theta_{ij} + X\cos\theta_{ij}) \end{aligned} \quad (3-44)$$

En séparant les parties réelles et imaginaires, on obtient :

$$P_{ij} = V_i^2 \left(\frac{G}{2} + \frac{R}{R^2 + X^2} \right) - \frac{V_i V_j}{R^2 + X^2} (R\cos\theta_{ij} - X\sin\theta_{ij}) \quad (3-45)$$

$$Q_{ij} = V_i^2 \left(-\frac{B}{2} + \frac{X}{R^2 + X^2} \right) - \frac{V_i V_j}{R^2 + X^2} (R\sin\theta_{ij} + X\cos\theta_{ij}) \quad (3-46)$$

Si $\frac{R}{X} \ll 1$ et $\frac{G}{2} V_i^2 \approx 0$ alors on a les expressions simplifiées suivantes :

$$P_{ij} = \frac{V_i V_j}{X} (\sin\theta_{ij}) \quad (3-47)$$

$$Q_{ij} = -\frac{B}{2} V_i^2 + \frac{1}{X} (V_i^2 - V_i V_j \cos\theta_{ij}) \quad (3-48)$$

Pour $\theta_{ij} \ll \pi/2$ on a $\sin\theta_{ij} \approx \theta_{ij}$ (en radians), d'où :

$$P_{ij} = \frac{V_i V_j}{X} \theta_{ij} \quad (3-49)$$

3.4 Résolution par la méthode de Gauss-Seidel

3.4.1 Description de la méthode de Gauss-Seidel

Tout d'abord, résolvons une simple équation à un inconnu par la méthode de Gauss-Seidel :

Enfin, précisément la méthode de Gauss-Seidel est une amélioration de la méthode de Gauss précédente. En effet, elle consiste à calculer $x_i^{(k+1)}$ en fonction des $x_j^{(k)}$ et également des $x_j^{(k+1)}$ calculés précédemment.

$$x_i^{(k+1)} = f_i(x_1^{(k+1)}, x_2^{(k+1)}, \dots, x_{i-1}^{(k+1)}, x_{i+1}^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}) \quad \text{avec } 1 \leq i \leq n \quad (3-60)$$

$$x_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}} \left(b_i - \sum_{j=1; j \neq i}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1; j \neq i}^n a_{ij} x_j^{(k)} \right) \quad (3-61)$$

Pour accélérer la convergence, on peut utiliser à chaque itération un facteur d'accélération σ tel que :

$$x_{i(acc)}^{(k+1)} = x_i^{(k)} + \sigma (x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)}) \quad (3-62)$$

Pour $\sigma = 1$, on a : $x_{i(acc)}^{(k+1)} = x_i^{(k+1)}$

Pour le calcul de Load Flow, on utilise parfois $\sigma = 1,6$.

3.4.2 Application de la méthode de Gauss-Seidel au calcul de Load Flow

L'équation générale de l'écoulement de puissance (3-28 et 3-29) nous ramène aux calculs des tensions aux accès du réseau (les \bar{V}_i). Pour calculer ces derniers, reprenons l'équation (3-22) :

$$\bar{I}_i = \sum_{k=1}^n \bar{Y}_{ik} \bar{V}_k = \left(\sum_{k=1; k \neq i}^n \bar{Y}_{ik} \bar{V}_k \right) + \bar{Y}_{ii} \bar{V}_i \quad (3-63)$$

De cette équation, on obtient un système de « n » équations à « n » inconnus ($\bar{V}_i ; i = 1, \dots, n$) que l'on va résoudre par la méthode de Gauss-Seidel.

$$\bar{V}_i = \frac{1}{\bar{Y}_{ii}} \left(\bar{I}_i - \sum_{k=1; k \neq i}^n \bar{Y}_{ik} \bar{V}_k \right) \quad (3-64)$$

On tire l'expression des \bar{I}_i à partir de l'équation (3-25) :

$$\bar{I}_i = \frac{P_i - jQ_i}{\bar{V}_i^*} \quad (3-65)$$

On prend habituellement comme valeurs initiales $\bar{V}_i^{(0)}$ la tension simple nominale et $\theta_i = 0$.

Remplaçons les indices « k » de l'équation (3-64) par « j » et utilisons « k » pour numéroter les itérations. Pour une (k+1) ième itération, on a :

$$\bar{V}_i^{(k+1)} = \frac{1}{\bar{Y}_{ii}} \left(\bar{I}_i^{(k)} - \sum_{j=1; j \neq i}^n \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j^{(k)} \right) \quad (3-66)$$

Notons qu'une mise à jour de \bar{V}_i entraîne une mise à jour de \bar{I}_i , d'où la notation $\bar{I}_i^{(k)}$.

En introduisant les valeurs de $\bar{V}_i^{(k+1)}$ déjà calculées, on a :

$$\bar{V}_i^{(k+1)} = \frac{1}{\bar{Y}_{ii}} \left(\bar{I}_i^{(k)} - \sum_{j=1; j \neq i}^{i-1} \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1; j \neq i}^n \bar{Y}_{ij} \bar{V}_j^{(k)} \right) \quad (3-67)$$

La condition de convergence est :

$$\left| \bar{V}_i^{(k+1)} - \bar{V}_i^{(k)} \right| \leq \varepsilon \quad \forall i \quad \text{avec } \varepsilon: \text{précision de calcul} \quad (3-68)$$

Pour accélérer la convergence de la méthode, les tensions durant les itérations successives, doivent être modifiés comme suit (σ est le facteur d'accélération) :

$$\bar{V}_{i(\text{acc})}^{(k+1)} = \bar{V}_i^{(k)} + \sigma \left(\bar{V}_i^{(k+1)} - \bar{V}_i^{(k)} \right) \quad (3-69)$$

3.5 Résolution par la méthode de Newton-Raphson

3.5.1 Description de la méthode de Newton-Raphson

Pour résoudre l'équation $f(x) = 0$, considérons f une fonction indéfiniment dérivable en un point x^0 et soit la série de Taylor de f en ce point :

$$f(x) = f(x^0) + \frac{f'(x^0)}{1!} (x - x^0) + \frac{f''(x^0)}{2!} (x - x^0)^2 + \frac{f^{(3)}(x^0)}{3!} (x - x^0)^3 + \dots \quad (3-70)$$

$f^{(n)}$ désigne la dérivée n -ième de f .

En négligeant la partie après la dérivée première de la série de fonction, on a :

$$f(x) \cong f(x^0) + \frac{f'(x^0)}{1!} (x - x^0) \quad (3-71)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow f(x^0) + f'(x^0)(x - x^0) = 0 \quad (3-72)$$

$$x = x^0 - \frac{f(x^0)}{f'(x^0)} \quad (3-73)$$

D'où l'équation de récurrence suivante :

$$x^{k+1} = x^k - \frac{f(x^k)}{f'(x^k)} \quad (3-74)$$

La méthode de Newton-Raphson est itérative et consiste, à chaque pas, à utiliser l'intersection entre l'axe des abscisses et la tangente à la courbe au point précédent.

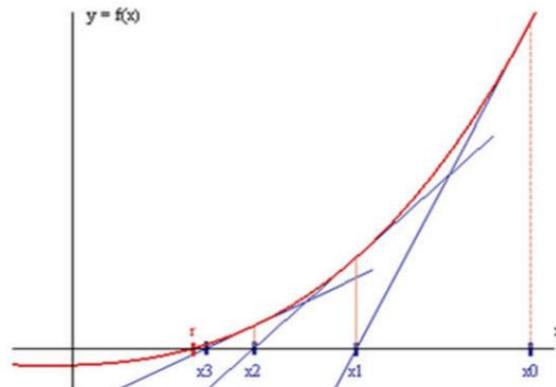


Figure 3.05 : Méthode itérative de Newton-Raphson [19]

Résolvons l'équation de l'exemple qu'on a pris pour illustrer la méthode de Gauss-Seidel, par la méthode de Newton-Raphson et voyons la différence :

$$f(x) = x + \sin x - 2 = 0 \quad (3-75)$$

$$f'(x) = 1 + \cos x \quad (3-76)$$

$$x^{k+1} = x^k - \frac{x^k + \sin x^k - 2}{1 + \cos x^k} \quad (3-77)$$

Posons $x^0 = 0$, alors $x^1 = 1$ et puis on aura $x^3 = 1,10606$.

On voit qu'on obtient le même résultat pour seulement 3 itérations, c'est pourquoi la méthode de Newton-Raphson est utilisée pour les programmes très larges, vue sa rapidité de convergence.

Supposons maintenant qu'on a 2 équations à 2 inconnus :

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2) = Y_1 \\ f_2(x_1, x_2) = Y_2 \end{cases} \quad (3-78)$$

Soient (x_1^0, x_2^0) les solutions initiales du système.

Le développement en série de Taylor d'ordre (1) aux points (x_1^0, x_2^0) nous donne :

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2) = f_1(x_1^0, x_2^0) + \frac{1}{1!} \frac{\partial f_1(x_1^0, x_2^0)}{\partial x_1} (x_1 - x_1^0) + \frac{1}{1!} \frac{\partial f_1(x_1^0, x_2^0)}{\partial x_2} (x_2 - x_2^0) \\ f_2(x_1, x_2) = f_2(x_1^0, x_2^0) + \frac{1}{1!} \frac{\partial f_2(x_1^0, x_2^0)}{\partial x_1} (x_1 - x_1^0) + \frac{1}{1!} \frac{\partial f_2(x_1^0, x_2^0)}{\partial x_2} (x_2 - x_2^0) \end{cases} \quad (3-79)$$

Posons :

$$\begin{cases} f_1(x_1^0, x_2^0) = f_1^0 \\ f_2(x_1^0, x_2^0) = f_2^0 \end{cases}, \begin{cases} x_1 - x_1^0 = \Delta x_1^0 \\ x_2 - x_2^0 = \Delta x_2^0 \end{cases} \quad (3-80)$$

D'où :

$$\begin{cases} Y_1 = f_1^0 + \frac{\partial f_1^0}{\partial x_1} \Delta x_1^0 + \frac{\partial f_1^0}{\partial x_2} \Delta x_2^0 \\ Y_2 = f_2^0 + \frac{\partial f_2^0}{\partial x_1} \Delta x_1^0 + \frac{\partial f_2^0}{\partial x_2} \Delta x_2^0 \end{cases} \quad (3-81)$$

Ainsi :

$$\begin{cases} \Delta f_1^0 = Y_1 - f_1^0 = \frac{\partial f_1^0}{\partial x_1} \Delta x_1^0 + \frac{\partial f_1^0}{\partial x_2} \Delta x_2^0 \\ \Delta f_2^0 = Y_2 - f_2^0 = \frac{\partial f_2^0}{\partial x_1} \Delta x_1^0 + \frac{\partial f_2^0}{\partial x_2} \Delta x_2^0 \end{cases} \quad (3-82)$$

En notation matricielle :

$$\begin{bmatrix} \Delta f_1^0 \\ \Delta f_2^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1^0}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1^0}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_2^0}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2^0}{\partial x_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^0 \\ \Delta x_2^0 \end{bmatrix} \quad (3-83)$$

Pour n équations à n inconnus, on a :

$$\begin{bmatrix} \Delta f_1^0 \\ \Delta f_2^0 \\ \vdots \\ \Delta f_n^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1^0}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1^0}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1^0}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2^0}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2^0}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2^0}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n^0}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n^0}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n^0}{\partial x_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^0 \\ \Delta x_2^0 \\ \vdots \\ \Delta x_n^0 \end{bmatrix} \quad (3-84)$$

On obtient ainsi la récurrence suivante :

$$\begin{bmatrix} \Delta f_1^k \\ \Delta f_2^k \\ \vdots \\ \Delta f_n^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1^k}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1^k}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1^k}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2^k}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2^k}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2^k}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n^k}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n^k}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n^k}{\partial x_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^k \\ \Delta x_2^k \\ \vdots \\ \Delta x_n^k \end{bmatrix} \quad (3-85)$$

Avec :

$$f_i^k = f_i(x_1^k, x_2^k, \dots, x_n^k); \Delta f_i^k = f_i^{k+1} - f_i^k; \Delta x_i^k = x_i^{k+1} - x_i^k; i = 1, 2, \dots, n \quad (3-86)$$

La matrice $[J^k]$ est la matrice Jacobien :

$$[J^k] = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1^k}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1^k}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1^k}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2^k}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2^k}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2^k}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n^k}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n^k}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n^k}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (3-87)$$

La méthode de Newton-Raphson consiste à calculer les éléments x_i^{k+1} ($i = 1, 2, \dots, n$) à la $(k + 1)$ nième itération par :

$$x_i^{k+1} = \Delta x_i^k + x_i^k \quad (3-88)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta x_1^k \\ \Delta x_2^k \\ \vdots \\ \Delta x_n^k \end{bmatrix} = [J^k]^{-1} \begin{bmatrix} \Delta f_1^k \\ \Delta f_2^k \\ \vdots \\ \Delta f_n^k \end{bmatrix} \quad (3-89)$$

Ces éléments serviront pour le nouveau Jacobien afin de déterminer les nouvelles valeurs de x_i . Ce processus de calcul est répété jusqu'à l'obtention de la précision désirée : $|x_i^{k+1} - x_i^k| \leq \varepsilon \forall i$

3.5.2 Application de la méthode de Newton-Raphson au calcul de Load Flow

Reprenons les équations générales des puissances (3-28) et (3-29) et remplaçons l'indice k par j :

$$P_i = \sum_{j=1}^n |\bar{Y}_{ij} \bar{V}_i \bar{V}_j| \cos(\delta_{ij} + \theta_j - \theta_i) \quad (3-90)$$

$$Q_i = - \sum_{j=1}^n |\bar{Y}_{ij} \bar{V}_i \bar{V}_j| \sin(\delta_{ij} + \theta_j - \theta_i) \quad (3-91)$$

Si nous avons « n » nœuds dans le réseau, alors on obtient un système de « 2n » équations ($P_1, P_2, \dots, P_n, Q_1, Q_2, \dots, Q_n$) à « 2n » inconnus ($V_1, V_2, \dots, V_n, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$).

Soient :

$$\begin{cases} P_i = P_i(V_1, V_2, \dots, V_n, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) \\ Q_i = Q_i(V_1, V_2, \dots, V_n, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) \end{cases} \text{ avec } i = 1, \dots, n \quad (3-92)$$

En différenciant les équations selon la méthode de Newton-Raphson, on a :

$$\begin{cases} \Delta P_i^k = \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial P_i^k}{\partial \theta_j} \Delta \theta_j^k + \frac{\partial P_i^k}{\partial V_j} \Delta V_j^k \right) \\ \Delta Q_i^k = \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial Q_i^k}{\partial \theta_j} \Delta \theta_j^k + \frac{\partial Q_i^k}{\partial V_j} \Delta V_j^k \right) \end{cases} \quad (3-93)$$

Avec :

$$\begin{cases} \Delta P_i^k = P_i^{k+1} - P_i^k = P_i^{plan} - P_i^k \\ \Delta Q_i^k = Q_i^{k+1} - Q_i^k = Q_i^{plan} - Q_i^k \\ \Delta \theta_j^k = \theta_j^{k+1} - \theta_j^k \\ \Delta V_j^k = V_j^{k+1} - V_j^k \end{cases} \quad (3-94)$$

Les termes ΔP_i^k et ΔQ_i^k , connus par résidus de puissance, sont la différence entre les valeurs planifiées et celles calculées.

D'où l'équation matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1^k \\ \vdots \\ \Delta P_n^k \\ \Delta Q_1^k \\ \vdots \\ \Delta Q_n^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1^k}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial P_1^k}{\partial \theta_n} & \frac{\partial P_1^k}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial P_1^k}{\partial V_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_n^k}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial P_n^k}{\partial \theta_n} & \frac{\partial P_n^k}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial P_n^k}{\partial V_n} \\ \frac{\partial Q_1^k}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial Q_1^k}{\partial \theta_n} & \frac{\partial Q_1^k}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial Q_1^k}{\partial V_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_n^k}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial Q_n^k}{\partial \theta_n} & \frac{\partial Q_n^k}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial Q_n^k}{\partial V_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1^k \\ \vdots \\ \Delta \theta_n^k \\ \Delta V_1^k \\ \vdots \\ \Delta V_n^k \end{bmatrix} \quad (3-95)$$

Posons :

$$\begin{aligned} [J_1^k] &= \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1^k}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial P_1^k}{\partial \theta_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_n^k}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial P_n^k}{\partial \theta_n} \end{bmatrix}; [J_2^k] = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1^k}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial P_1^k}{\partial V_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial P_n^k}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial P_n^k}{\partial V_n} \end{bmatrix} \\ [J_3^k] &= \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_1^k}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial Q_1^k}{\partial \theta_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_n^k}{\partial \theta_1} & \dots & \frac{\partial Q_n^k}{\partial \theta_n} \end{bmatrix}; [J_4^k] = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_1^k}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial Q_1^k}{\partial V_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial Q_n^k}{\partial V_1} & \dots & \frac{\partial Q_n^k}{\partial V_n} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3-96)$$

Ainsi le Jacobien peut s'écrire comme suit :

$$[J^k] = \begin{bmatrix} [J_1^k] & [J_2^k] \\ [J_3^k] & [J_4^k] \end{bmatrix} \quad (3-97)$$

Posons :

$$[\Delta P^k] = \begin{bmatrix} \Delta P_1^k \\ \vdots \\ \Delta P_n^k \end{bmatrix}; [\Delta Q^k] = \begin{bmatrix} \Delta Q_1^k \\ \vdots \\ \Delta Q_n^k \end{bmatrix}; [\Delta \theta^k] = \begin{bmatrix} \Delta \theta_1^k \\ \vdots \\ \Delta \theta_n^k \end{bmatrix}; [\Delta V^k] = \begin{bmatrix} \Delta V_1^k \\ \vdots \\ \Delta V_n^k \end{bmatrix} \quad (3-98)$$

On peut donc écrire l'équation (3-95) comme suit :

$$\begin{bmatrix} [\Delta P^k] \\ [\Delta Q^k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [J_1^k] & [J_2^k] \\ [J_3^k] & [J_4^k] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\Delta \theta^k] \\ [\Delta V^k] \end{bmatrix} \quad (3-99)$$

Ainsi on calcul :

$$\begin{cases} \theta_i^{k+1} = \theta_i^k + \Delta \theta_i^k \\ V_i^{k+1} = V_i^k + \Delta V_i^k \end{cases} \quad i = 1, \dots, n \quad (3-100)$$

Avec :

$$\begin{bmatrix} [\Delta \theta^k] \\ [\Delta V^k] \end{bmatrix} = [J^k]^{-1} \begin{bmatrix} [\Delta P^k] \\ [\Delta Q^k] \end{bmatrix} \quad (3-101)$$

Les éléments du Jacobien peuvent être calculés à partir des équations (3-90) et (3-91) et ce en les dérivant par rapport aux modules des tensions et aux angles de phases. Pour la suite, simplifions les écritures en enlevant l'exposant « k ».

- Éléments de $[J_1^k]$:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |\bar{Y}_{ij} \bar{V}_i \bar{V}_j| \sin(\delta_{ij} + \theta_j - \theta_i) \quad \text{éléments de la diagonale} \quad (3-102)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_k} = -|\bar{Y}_{ik} \bar{V}_i \bar{V}_k| \sin(\delta_{ik} + \theta_k - \theta_i) \quad \text{éléments hors de la diagonale} \quad (3-103)$$

$k \neq i$

- Éléments de $[J_2^k]$:

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_i} = 2|\bar{Y}_{ii} \bar{V}_i| \cos(\delta_{ii}) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |\bar{Y}_{ij} \bar{V}_j| \cos(\delta_{ij} + \theta_j - \theta_i) \quad (3-104)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_k} = |\bar{Y}_{ik} \bar{V}_i| \cos(\delta_{ik} + \theta_k - \theta_i) \quad (3-105)$$

$k \neq i$

- Éléments de $[J_3^k]$:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |\bar{Y}_{ij} \bar{V}_i \bar{V}_j| \cos(\delta_{ij} + \theta_j - \theta_i) \quad (3-106)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_k} = -|\bar{Y}_{ik} \bar{V}_i \bar{V}_k| \cos(\delta_{ik} + \theta_k - \theta_i) \quad (3-107)$$

$k \neq i$

- Éléments de $[J_4^k]$:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_i} = -2|\bar{Y}_{ii} \bar{V}_i| \sin(\delta_{ii}) - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |\bar{Y}_{ij} \bar{V}_j| \sin(\delta_{ij} + \theta_j - \theta_i) \quad (3-108)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_k} = -|\bar{Y}_{ik} \bar{V}_i| \sin(\delta_{ik} + \theta_k - \theta_i) \quad (3-109)$$

$k \neq i$

Notons que pour un accès « i » générateur (nœud PV) où la tension $|V_i|$ est spécifiée et reste constante, alors $\Delta V_i^k = 0$. Il est donc nécessaire de supprimer la ligne et la colonne correspondant à « i » dans la matrice $[J_4^k]$ tant que $\Delta V_i^k = 0$. Cela doit être appliqué pour tous les accès générateurs. Par conséquent, les puissances réactives injectées en ces nœuds peuvent être calculées directement par l'équation (3-91). Il faut alors vérifier à chaque accès générateur si la puissance réactive calculée est dans les limites de puissance réactive spécifiées. Pour cela, on peut choisir entre les deux méthodes suivantes [16] :

- Première méthode

Itérer jusqu'à la convergence, en ignorant un éventuel dépassement des limites de puissance réactive. Après convergence, on vérifie pour chaque accès générateur s'il y a eu effectivement un dépassement et on procède comme suit :

- 1) S'il n'y a aucun dépassement des limites des puissances réactives des accès générateurs, alors la solution obtenue est la solution de notre problème
- 2) Si l'une ou plusieurs limites des puissances réactives des accès générateurs sont violées, alors on procède comme suit :

On vérifie pour chaque accès « i » générateurs (PV) :

- Si $Q_{min} < Q_i < Q_{max}$, la puissance réactive de la machine est maintenue à la valeur calculée,
- Si $Q_i > Q_{max}$, on fixe $Q_i = Q_{max}$ et on change l'accès « i » en un accès de charge,
- Si $Q_i < Q_{min}$, on fixe $Q_i = Q_{min}$ et on change l'accès « i » en un accès charge dans lequel P et Q sont fixées et on poursuit les itérations.

Pour les accès ayant changé de statut devenus accès charge (PQ), il est nécessaire de réintroduire les lignes et les colonnes correspondantes dans le Jacobien $[J_4^k]$.

On reprend ensuite le processus d'itérations jusqu'à la convergence et procédé aussi la vérification des accès générateurs si leurs limites sont respectées, ainsi de suite.

- Deuxième méthode

Procéder à chaque itération aux vérifications décrites dans la première méthode jusqu'à convergence en procédant au changement d'états des accès nécessaires ainsi qu'à l'introduction des lignes et colonnes du Jacobien $[J_4^k]$ des accès ayant changés d'état et devenus accès charges.

3.6 Autres méthodes de résolution

Au cours des années, plusieurs méthodes d'écoulement de puissance ont vu le jour grâce à de nombreux chercheurs comme : Alsac (1974), Chiang (1996), Chilkhani (1998), El-Hawary (1999), Fan (1989), Hale (1956), Hart (1967), Hope (1982), Kamwa (2008), Lagacé (2012, 2015), Milano (2009), Monticelli (2000), Reddy (2009), Tamura (1981), Zhang (2001).

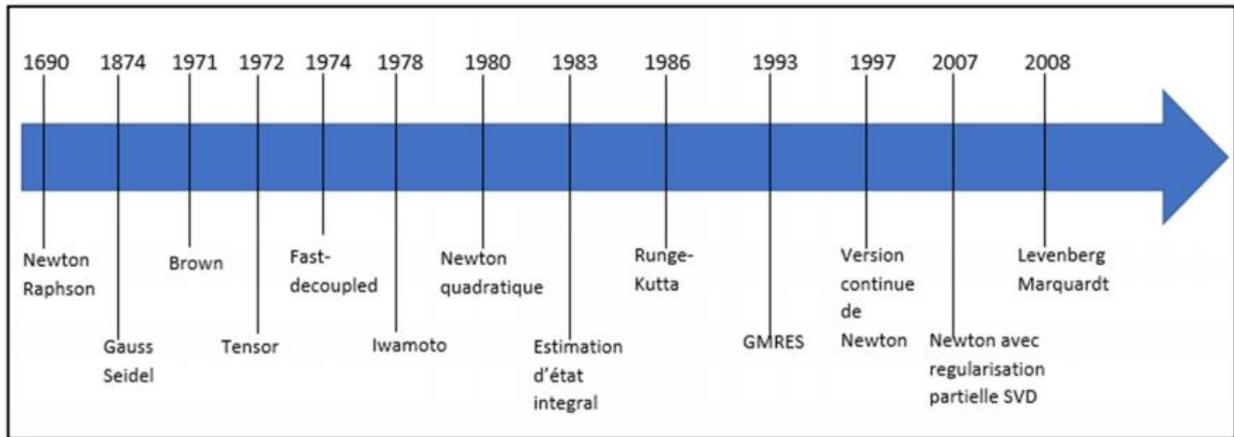


Figure 3.06 : Evolution des méthodes de l'écoulement de puissance [4]

Précédemment on a détaillé les deux principales méthodes, celle de Newton Raphson et de Gauss Seidel. Mais avant de clôturer ce chapitre, nous allons voir un peu la méthode dite découplage actif/réactif et le découplage rapide (*Fast-decoupled*), la méthode de calcul par analogie au courant continu (DC-Flow) et enfin une petite introduction de ce qu'on appelle optimisation des puissances actives.

3.6.2 Découplage actif-réactif et découplage rapide

Dans les réseaux HT où $R \ll X$, les puissances actives dépendent surtout des angles, et les puissances réactives des tensions. On peut donc mettre les éléments $[J_2^k]$ et $[J_3^k]$ à zéro, d'où l'écriture plus simplifiée suivante de l'équation (3-99):

$$\begin{bmatrix} [\Delta P^k] \\ [\Delta Q^k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [J_1^k] & 0 \\ 0 & [J_4^k] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\Delta \theta^k] \\ [\Delta V^k] \end{bmatrix} \quad (3-110)$$

On a alors pour la résolution des écarts des tensions et des angles deux systèmes découplés actif-réactif à chaque itération :

$$[\Delta P^k] = [J_1^k][\Delta \theta^k] \quad (3-111)$$

$$[\Delta Q^k] = [J_4^k][\Delta V^k] \quad (3-112)$$

La méthode du découplage rapide introduit deux nouvelles simplifications, soient :

- On ne calcule qu'une seule fois le Jacobien à la première itération. Les éléments sont alors gardés constants au cours du processus itératif ;
- On néglige la résistance des impédances des branches dans le Jacobien.

Pour mieux comprendre cette méthode, écrivons l'équation (3-102) représentant les éléments de la diagonale de $[J_1^k]$ comme suit :

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = \sum_{j=1}^n |\bar{Y}_{ij} \bar{V}_i \bar{V}_j| \sin(\delta_{ij} + \theta_j - \theta_i) - |\bar{V}_i|^2 |\bar{Y}_{ii}| \sin(\delta_{ii}) \quad (3-113)$$

En considérant l'expression de Q_i de l'équation (3-91), on obtient :

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = -Q_i - |\bar{V}_i|^2 |\bar{Y}_{ii}| \sin(\delta_{ii}) \quad (3-114)$$

Posons :

$$B_{ii} = |\bar{Y}_{ii}| \sin(\delta_{ii}) \quad (3-115)$$

B_{ii} est la partie imaginaire des éléments diagonaux de la matrice d'admittance nodale et donc la somme des susceptances de tous les éléments incidents au nœud « i ».

En appliquant la simplification, on a un système électrique typique avec $B_{ii} \gg Q_i$ (auto susceptance). De plus, en assumant que $|\bar{V}_i|^2 = |\bar{V}_i|$, on obtient :

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = -|\bar{V}_i| B_{ii} \quad (3-116)$$

Pour les éléments non diagonaux de $[J_1^k]$, admettons que $(\delta_{ik} + \theta_k - \theta_i) \approx \delta_{ik}$ car $(\theta_k - \theta_i)$ est très petit. Ainsi l'équation (3-103) devient :

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_k} = -|\bar{V}_i \bar{V}_k| B_{ik} \quad (3-117)$$

$k \neq i$

Avec :

$$B_{ik} = |\bar{Y}_{ik}| \sin(\delta_{ik}) \quad (3-118)$$

En assumant que $|\bar{V}_k| \approx 1$, on a une forme plus simplifiée :

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_k} = -|\bar{V}_i| B_{ik} \quad (3-119)$$

$k \neq i$

De même, les éléments diagonaux de $[J_4^k]$ (équation 3-108) peuvent être écrits sous :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_i} = -|\bar{Y}_{ii} \bar{V}_i| \sin(\delta_{ii}) - \sum_{j=1}^n |\bar{Y}_{ij} \bar{V}_j| \sin(\delta_{ij} + \theta_j - \theta_i) \quad (3-120)$$

En introduisant B_{ii} et en négligeant la partie restante, on a :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_i} = -|\bar{V}_i| B_{ii} \quad (3-121)$$

Pour les éléments non diagonaux de $[J_4^k]$ (équation 3-109), on aura :

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_k} = -|\bar{V}_i| B_{ik} \quad (3-122)$$

$k \neq i$

Avec ces hypothèses, les équations (3-111) et (3-112) prennent la forme suivante :

$$\frac{[\Delta P]}{[V]} = -[B'][\Delta\theta] \quad (3-123)$$

$$\frac{[\Delta Q]}{[V]} = -[B''][\Delta V] \quad (3-124)$$

Où B' et B'' sont identiques s'il n'y a pas de transformateur, avec :

$$B'_{pq} = -1/X_{pq} \quad (3-125)$$

$$B'_{pp} = \sum_q 1/X_{pq} \quad (3-126)$$

$[B']$ et $[B'']$ sont équivalents au signe près à la matrice des susceptances nodales réduites, avec donc suppression de la ligne et de la colonne correspondant au nœud bilan, sinon les matrices sont singulières. Le fait de diviser ΔP et ΔQ par V dans le membre de gauche de (3-123) et (3-124) améliore considérablement la linéarité du système.

3.6.3 DC Flow

Reprenons l'expression simplifiée de la puissance transitée dans une branche de l'équation (3-49). En négligeant les puissances réactives et en admettant que toutes les tensions sont égales à 1 p.u avec angles initiaux nuls, alors on obtient :

$$P_{ij} = \frac{1}{X} \theta_{ij} \quad [pu] \quad (3-127)$$

On peut alors exprimer l'équation (3-123) sous la forme absolue (non incrémentale) :

$$[P] = -[B'][\theta] \quad [pu] \quad (3-128)$$

C'est une simplification extrême qui permet de résoudre un problème load flow avec très peu de mémoire et de temps de calcul (applications en temps réel). En effet, on calcule directement $[\theta]$ en une seule itération, et les transits de puissances actives sont déduits de (3-127). On peut faire l'analogie de cette équation avec l'équation en courant continu :

$$I_{ij} = \frac{1}{R} U_{ij} = \frac{1}{R} (U_i - U_j) \quad (3-129)$$

On aurait alors dans un circuit à courant continu : I , R et U respectivement image de P , X et θ .

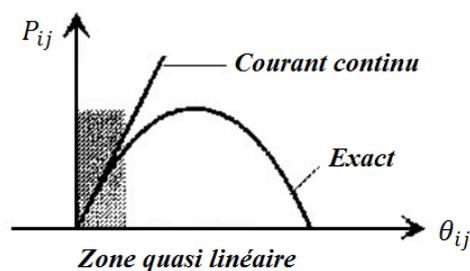


Figure 3.07 : DC Flow

Cette analogie permet de résoudre des problèmes de répartition de puissances actives sur un modèle physique composé de résistances.

3.6.4 Optimisation des puissances actives

L'optimisation des puissances poursuit 2 objectifs principaux, soit, premièrement, de minimiser le coût de production (objectif économique), deuxièmement de respecter toutes les contraintes du réseau (objectif de sécurité, donc prioritaire) [20].

Pour l'instant, on ne citera que l'optimisation active. Le problème complet actif-réactif est considérablement plus difficile. Posons « P » la production (en MW), « P_L » la charge (MW), « PB » la puissance transitant dans les branches (MW) et « λ » le cout marginal de production (en Unité monétaire/MWh). Le problème en actif se pose comme suit :

$$\min \Sigma \lambda P \text{ (coût de production ou fonction objectif)} \quad (3-130)$$

Avec les contraintes suivantes :

$$\Sigma P = \Sigma P_L \quad (\text{égalité production-consommation}) \quad (3-131)$$

$$[PB_{min}] \leq [PB] \leq [PB_{max}] \quad (\text{contraintes de transits sur les branches}) \quad (3-132)$$

$$[P_{min}] \leq [P] \leq [P_{max}] \quad (\text{contraintes ou limites de productions}) \quad (3-133)$$

On peut résoudre ce problème par la programmation linéaire en exprimant la fonction objective et les contraintes en fonction des variables de décision P (tableau du simplexe).

3.7 Conclusion

Pour conclure ce chapitre, rappelons que l'objectif de l'étude de l'écoulement de puissance ou Load Flow est de déterminer les puissances transitées (active et réactive) dans les branches d'un réseau électrique, et donc évidemment trouver les niveaux de tensions (amplitudes et angles de phase) de tous les nœuds du réseau. Nous avons également relevé les étapes primordiales indispensables à la résolution du problème, dont connaître la topologie du réseau électrique à traiter, énumérer toutes les données connues et les convertir en système per-unit pour faciliter les calculs et enfin établir la matrice des admittances nodales. Pour déterminer les données inconnues, bien qu'il existe des méthodes empiriques et simples pour calculer les puissances et les tensions dans un circuit électrique, il s'avère nécessaire et efficace d'adopter des méthodes dites numériques pour résoudre un problème Load Flow d'un réseau électrique maillé à plusieurs nœuds. On a vu différentes méthodes de calcul numérique, dont le choix dépend de la précision désirée et du niveau de complexité du réseau, mais notre étude s'est focalisée plus particulièrement sur celle de Gauss-Seidel et de Newton-Raphson.

A présent, nous avons détaillé mathématiquement les méthodes numériques de Gauss-Seidel et de Newton-Raphson, ainsi que leurs applications à notre problème Load Flow. Mais dans le suivant et dernier chapitre, nous pourrons finalement voir un exemple concret de l'utilisation de ces méthodes dans le cas des réseaux maillés et de discuter des résultats, bien évidemment après avoir établi le programme numérique.

CHAPITRE 4

APPLICATION AUX RESEAUX MAILLES

4.1 Introduction

Maintenant que nous savons comment modéliser mathématiquement un problème Load Flow, nous allons voir quelques applications dans le cas des réseaux maillés. Pour cela, nous allons tout d'abord présenter les différents outils qu'on va utiliser pour la conception du programme numérique et pour simuler le comportement d'un réseau. En effet, l'outil de simulation existant nous permettra de déterminer la qualité de notre programme. Ensuite, après avoir présenté les différents organigrammes du programme, nous allons prendre un exemple simple de réseau maillé pour le tester. Enfin, après avoir comparé notre résultat avec celui d'un logiciel de simulation existant, nous allons voir une application réelle avec le Réseau Interconnecté d'Antananarivo (RIA).

4.2 Présentation des outils de conception et de simulation

4.2.1 *Matlab GUIDE*

Matlab ou « Matrix Laboratory » est un langage de script conçu par *Cleve Moler* à la fin des années 1970 à partir de deux bibliothèques écrites en Fortran : LINPACK et EISPACK [21]. C'est un langage de script émulé par un environnement de développement du même nom. Développé actuellement par la société *The MathWorks*, Matlab est un outil puissant pour les calculs numériques et pour la recherche. Avec une communauté très active (environ 4 millions d'utilisateurs en 2019), il permet de manipuler des matrices, de mettre en œuvre des algorithmes, d'afficher les données graphiquement sous forme de courbes et aussi de créer des interfaces utilisateurs [108]. Concernant cette dernière, Matlab possède un outil dédié à la création des interfaces graphiques appelé GUIDE (Graphical User Interface Development Environment). Cet outil permet au programmeur de créer l'interface GUI, en sélectionnant et en ajustant les éléments à y placer. Il s'ouvre en tapant « guide » dans la fenêtre « Command Window » de Matlab. De plus, Matlab nous permet également de convertir les programmes qui y sont conçus en des fichiers exécutables (extension « .exe ») en utilisant la commande « `mcc -m nomProgramMatlab.m` ». Pour toutes ces raisons, et pour avoir un programme facile à manipuler, notre choix s'oriente vers Matlab et son outil GUIDE pour la conception de notre projet.

4.2.2 *Power World Simulator*

Les graines de Power World Simulator (PWS) ont été plantées dans le début des années 1990, lorsque le *Professeur Thomas Overbye* de l'*Université de l'Illinois* a vu la nécessité d'un meilleur outil pour aider les étudiants à comprendre le fonctionnement des systèmes électriques à grande échelle. A l'époque, les logiciels sont fortement appuyés sur des chiffres et des graphiques qui nécessitaient plus d'interprétation et d'explication, ce qui manquait était une expérience visuelle qui pourrait être facilement compris [109]. PWS est un outil de simulation capable de résoudre efficacement les systèmes électriques jusqu'à 100 000 autobus. Les lignes

de transmission peuvent être commutées du service, on peut également ajouter de nouvelles lignes et de générations, effectuer des nouvelles opérations, le tout avec quelques clics de souris. En mode « RUN », PWS nous permet de voir, dans un graphique bien animé, le flux de puissance, la circulation du courant et les sensibilités : analyse d'urgence, Optimal Power Flow, PV et QV Curve Tools (PVQV), la capacité de transfert disponible, sécurité contrainte OPF (SCOPE), analyse des pertes, des défauts et stabilité transitoire. Tout cela aide aux utilisateurs à bien comprendre les caractéristiques d'un système électrique, les problèmes et les contraintes, ainsi que la façon de les corriger, voilà pourquoi on a choisi PWS pour évaluer les résultats de notre programme.

4.3 Organigrammes des méthodes utilisées pour la conception du programme

Lors de la conception de notre programme Load Flow, nous allons automatiser au maximum toutes les opérations, afin de réduire au minimum l'intervention des utilisateurs dans les calculs. Pour cela, notre programme se divise en 5 parties : Insertion des données, conversion en système per-unit, établissement de la matrice des admittances, résolution par les méthodes numériques (Gauss-Seidel ou Newton-Raphson), et conversion des résultats p.u en unité réel.

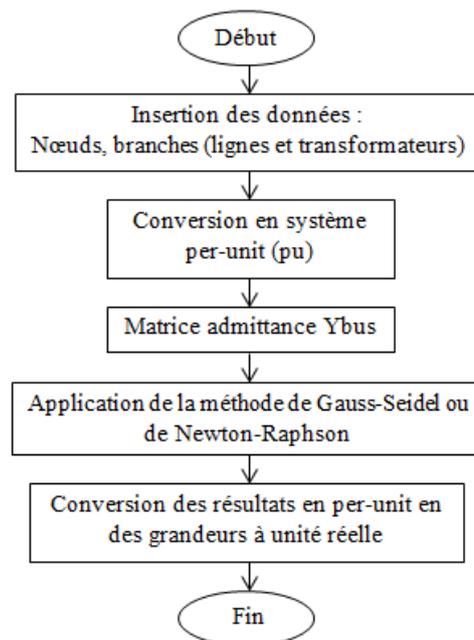


Figure 4.01 : Organigramme principale du programme Load Flow

Les données à insérer sont :

- **Données des nœuds** : nom et numéro du nœud, Tension V[kV], Angle de tension [Deg], Puissances générées Pgen[MW] et Qgen[MVar], Puissances Load ou consommées par les charges Pch[MW] et Qch[MVar]
- **Données des branches type Ligne** : numéro de la ligne, numéro des nœuds formant la ligne, la résistance R[ohm/km], la réactance X[ohm/km], l'admittance shunt transversale (en supposant que la ligne est de type π) Ysh/2 [μ S/km], longueur de la ligne L[km], tension nominale parcourant la ligne U[kV], courant maximale admissible I_max[A]

- **Données des branches contenant des transformateurs :** numéro et info poste de transformation, numéro des nœuds en amont et en aval du transfo, puissance du transfo S [MVA], résistance et réactance en court-circuit (R_{cc} [ohm] et X_{cc} [ohm]), les tensions primaire et secondaire ($U_{primaire}$ [kV] et $U_{secondaire}$ [kV])

4.3.1 Organigramme pour la conversion des grandeurs électriques en système per-unit

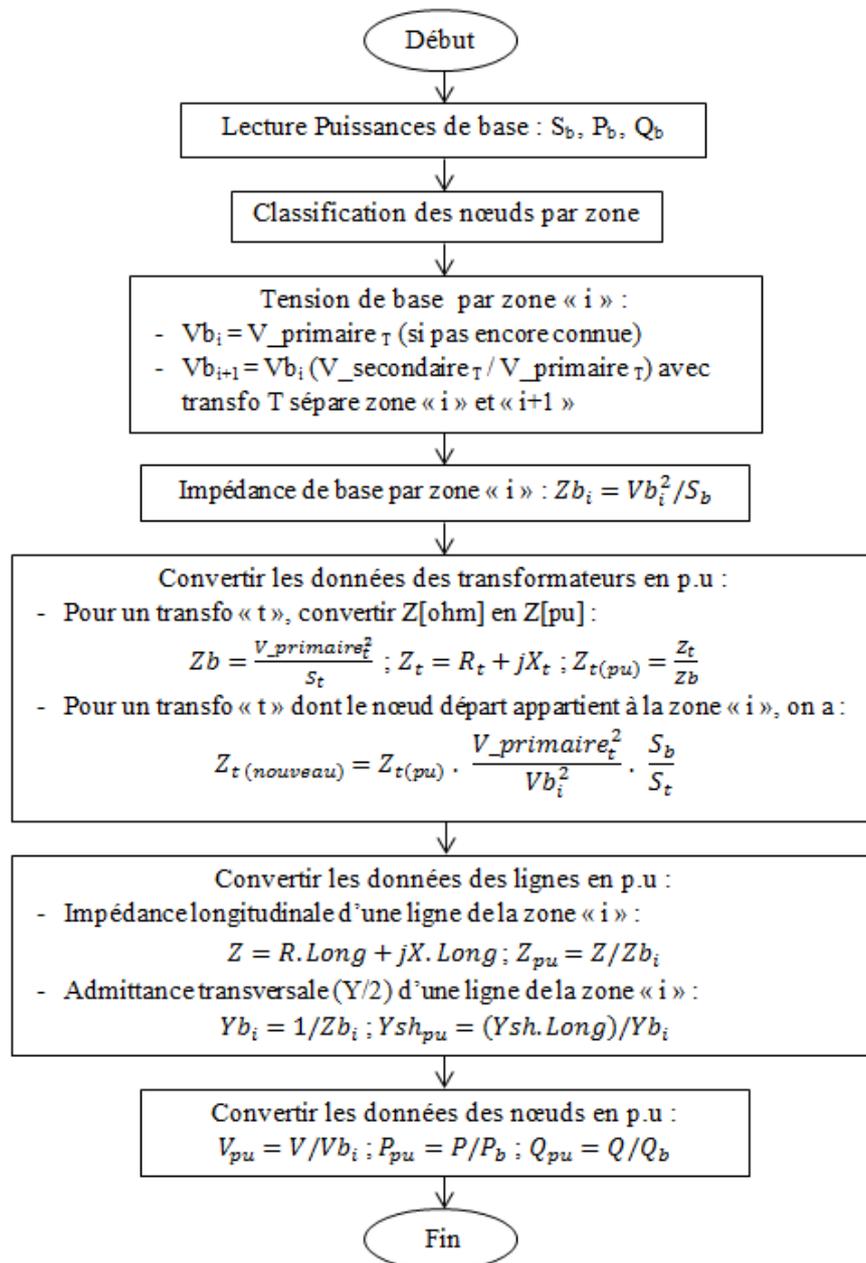


Figure 4.02 : Organigramme pour la conversion des grandeurs en système per-unit

Concernant la classification des nœuds par zone, le principe est : une zone peut être séparée par un ou plusieurs transformateurs, les tensions nominales aux niveaux des nœuds et lignes en amont de ces transformateurs sont identiques et de même pour celles en aval. Pour l'exemple de la figure 3.02, les nœuds 1 et 4 (150kV) seront classés « zone 1 », et les nœuds 2 et 3 (380kV) dans la « zone 2 ».

4.3.2 Organigramme pour l'établissement de la matrice des admittances

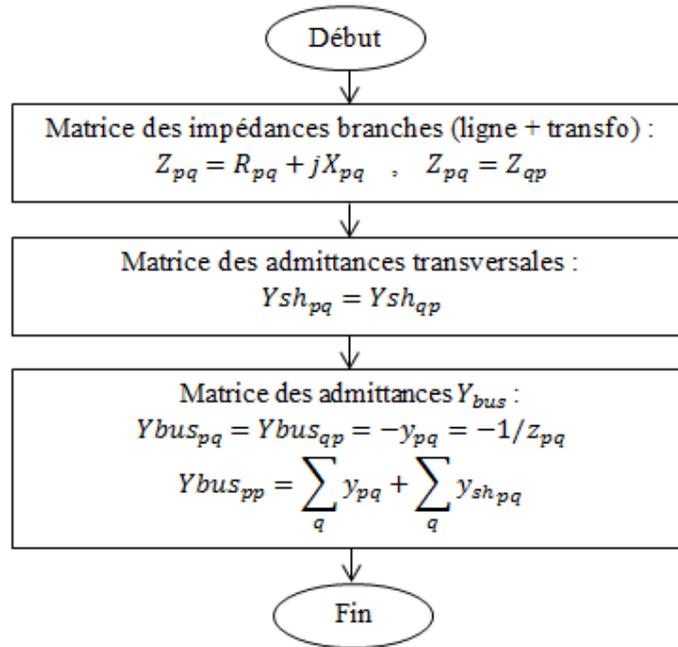
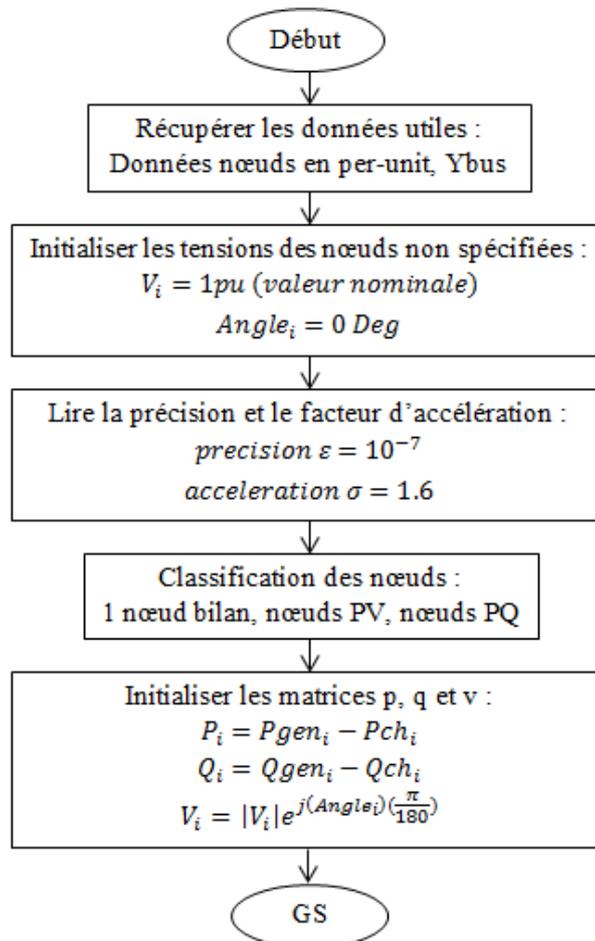


Figure 4.03 : Organigramme pour l'établissement de la matrice des admittances

4.3.3 Organigramme de la méthode de Gauss-Seidel



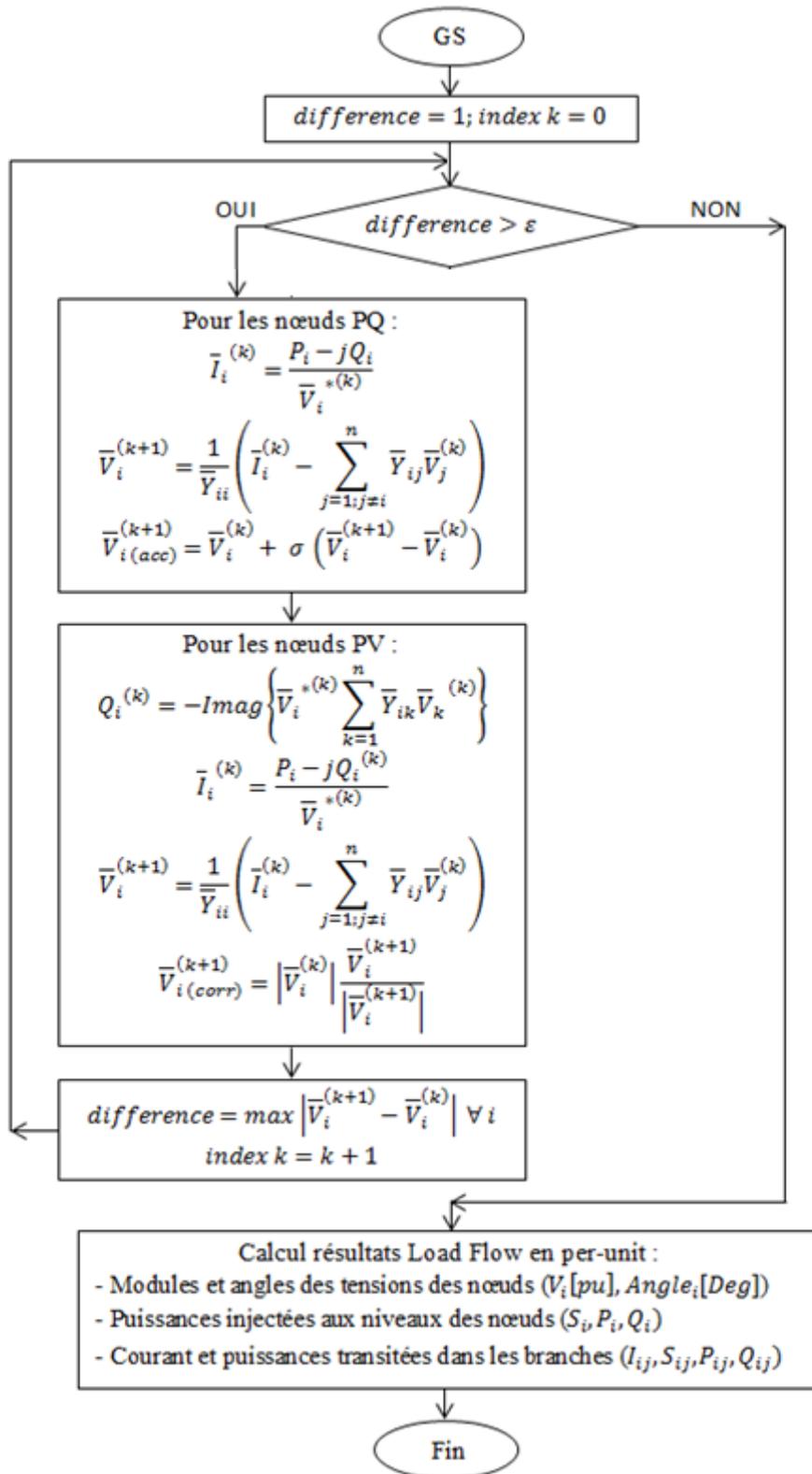


Figure 4.04 : Organigramme de la méthode de Gauss-Seidel

Notons que pour les nœuds PV, dont le module de tension V est déjà connu, la valeur de la tension calculée est corrigée de sorte à ce que son module soit égal à la valeur donnée.

$$\bar{V}_i^{(k+1)} = |\bar{V}_i^{(k)}| \frac{\bar{V}_i^{(k+1)_{acc}}}{|\bar{V}_i^{(k+1)_{acc}}|} \quad (4-1)$$

4.3.4 Organigramme de la méthode de Newton-Raphson

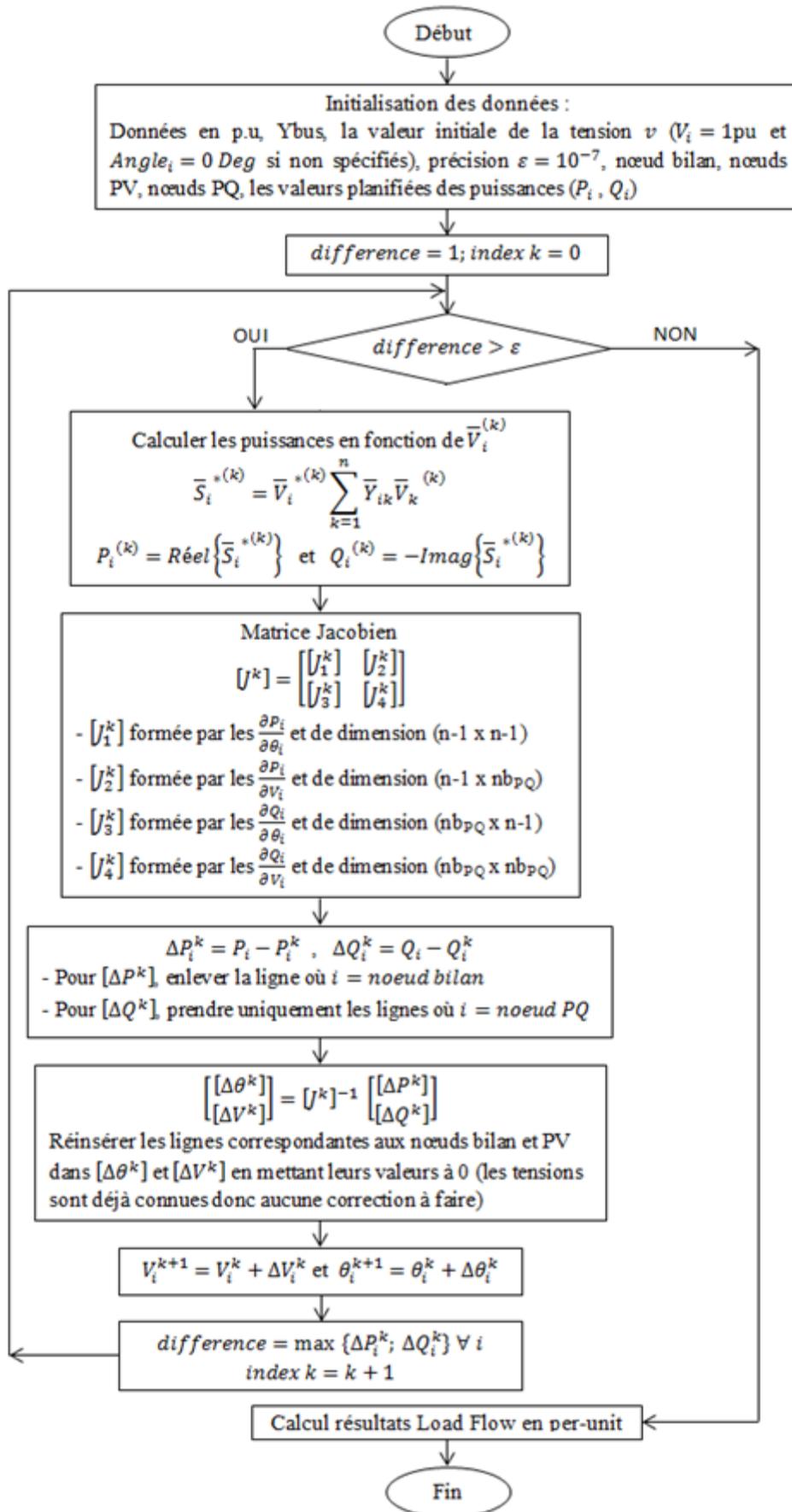


Figure 4.05 : Organigramme de la méthode de Newton-Raphson

Dans l'organigramme précédent, on a supposé que pour les accès générateurs (nœud PV) il n'y a pas de limites de puissance réactive (Q_{max} et Q_{min}).

4.3.5 Organigramme pour le calcul des résultats Load Flow

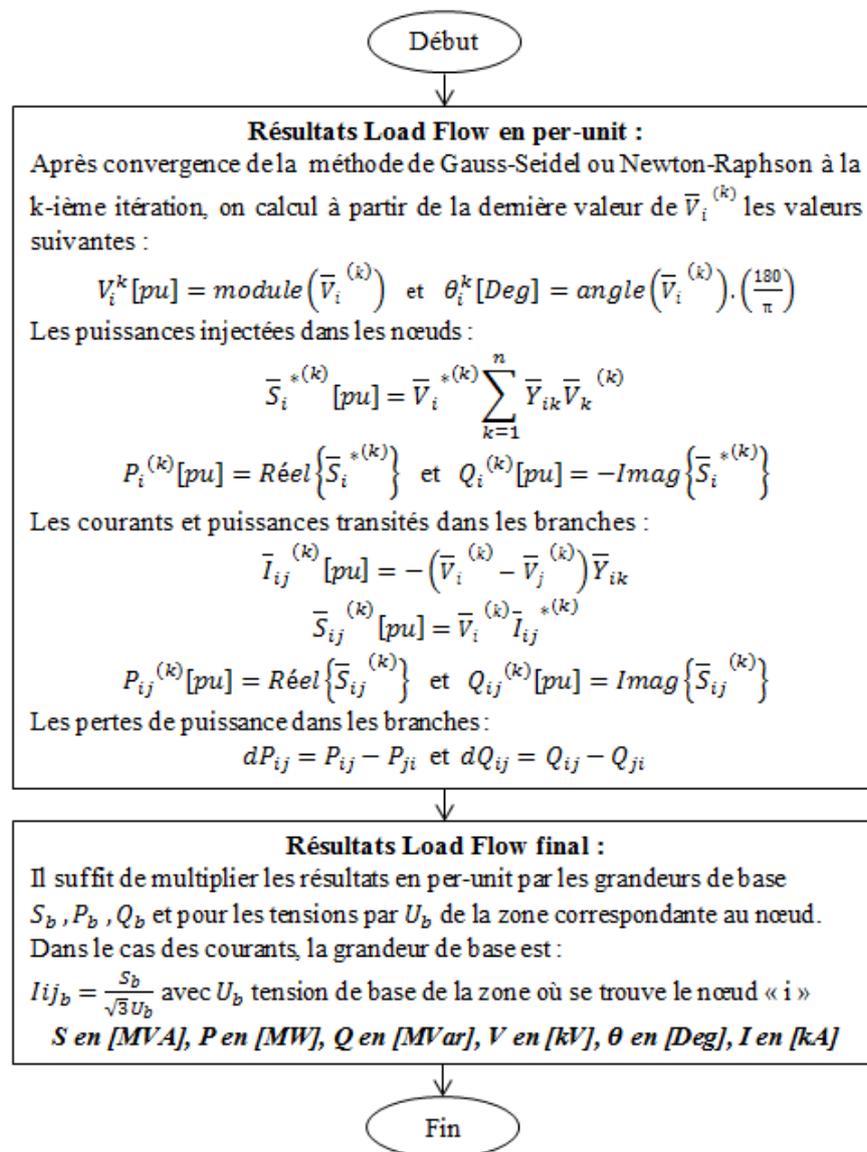


Figure 4.06 : Organigramme pour le calcul des résultats finals Load Flow

4.4 Présentation et test du programme

Notre programme conçu avec Matlab Guide est composé de 5 fichiers (extensions « .m ») dont chacun est associé à un fichier de type graphique (extensions « .fig ») de même nom :

- insertion_donnees.fig ; insertion_donnees.m
- conversion_pu.fig ; conversion_pu.m
- matrice_admittance.fig ; matrice_admittance.m
- gauss_seidel.fig ; gauss_seidel.m
- newton_raphson.fig ; newton_raphson.m

Les extraits de code sont présentés en annexe.

4.4.1 Insertion des données

Pour tester notre programme, nous allons reprendre l'exemple dans la section 3.3.1 qui est un réseau maillé à 4 nœuds. Voici les données insérées avec « insertion_donnees.m » :

The screenshot shows a software window titled 'insertion_donnees' with three main sections for data entry:

1- Données des nœuds

Tension nœud		Puissance générée		Puissance charge		Nom nœud
V [kV]	Angle [Deg]	Pgen [MW]	Qgen [MVar]	Pch [MW]	Qch [MVar]	
0	0.0	0	0.0	0	0	Bus4

	N°nœud	V[kV]	Angle[Deg]	Pgen[MW]	Qgen[MVar]	Pch[MW]	Qch[MVar]
Bus1	1	151.5000	0	600	0	200	100
Bus2	2	0	0	0	0	825	200
Bus3	3	380	0	0	0	0	0
Bus4	4	0	0	0	0	0	0

Form fields: N°nœud: 4, Ajouter, Nombre des nœuds: 4

2- Données des lignes

Branche	R [ohm/km]	X [ohm/km]	Ysh/2 [uS/km]	L [km]	U [kV]	I_max [A]	
2	3	0.0	0.21	0.0	70	380	100

	Départ	Arrivé	R[ohm/km]	X[ohm/km]	Ysh/2[uS/km]	L[km]	U[kV]	I_max[A]
1	1	4	0	0.2875	0	75	150	100
2	2	3	0	0.2100	0	70	380	100

Form fields: N°ligne: 2, Ajouter, Nombre des lignes: 2

3- Données des transformateurs

Branche	S [MVA]	Rcc [ohm]	Xcc [ohm]	U Primaire [kV]	U Secondaire [kV]	Info Poste	
3	4	295	0.0	63.6338983	380	150	Transfo2

	Départ	Arrivé	S[MVA]	Rcc[ohm]	Xcc[ohm]	U_prim[kV]	U_sec[kV]
Transfo1	1	2	295	0	9.9153	150	380
Transfo2	3	4	295	0	63.6339	380	150

Form fields: N°Transfo: 2, Ajouter, Nombre des transfo.: 2, OK

Figure 4.07 : Interface d'insertion des données

Notons que le module de tension au niveau de chaque nœud est initialement en [kV]. Pour le nœud 1, la valeur 1.01pu correspond à 151.5kV (la tension de base est 150kV), et pour le nœud 3 la valeur 1pu correspond à 380kV.

Pour le cas des branches transformateurs, la résistance Rcc et réactance Xcc qui sont en [%] ont été converties en [ohm] selon la formule suivante :

$$Z_{ohm} = Z_{\%} Z_b = Z_{\%} \left(\frac{U_b^2}{S_b} \right) \quad (4-2)$$

Initialement, le transformateur de la branche 1-2 a : $U_b = 150kV, S_b = 295MVA$, (l'enroulement primaire est du côté du nœud 1) d'où la valeur de X qui est 13% correspond à 9.9153ohms. De même, le transformateur de la branche 3-4 avec $U_b = 380kV, S_b = 295MVA$ (l'enroulement primaire est du côté du nœud 3) avec $X = 13\%$ a pour valeur en ohms 63.6339.

Le courant maximale admissible dans chaque ligne (I_{max}) n'est pas connu pour notre exemple, on a donc pris arbitrairement 100A, cependant la réalité peut être beaucoup plus supérieure. En effet, cette variable nous permettra dans l'avenir, après déduction des courants transités dans les branches, de déterminer si une ligne est surchargée.

4.4.2 Conversion en système Per-Unit

L'étape suivante est la conversion des données en per-unit, avec le fichier « conversion_pu.m » :

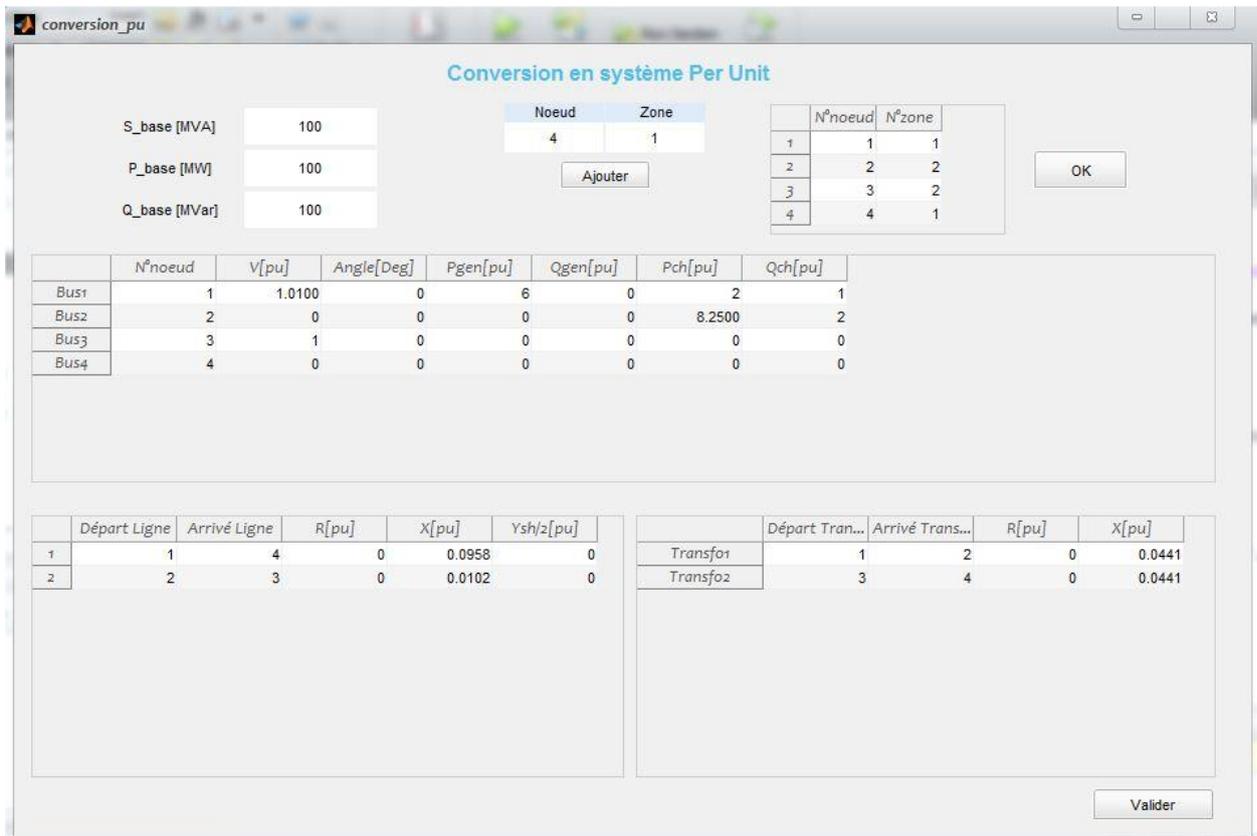


Figure 4.08 : Interface de conversion en système Per-Unit

Les puissances de bases sont les mêmes dans toutes les branches et égales à 100 unité. Les nœuds 1 et 4 sont classés dans la zone n°1 de tension nominale 150kV, tandis que les nœuds 2 et 3 dans la zone n°2 de 380kV.

4.4.3 Matrice des admittances

Ensuite la matrice des admittances Ybus est formée grâce à « matrice_admittance.m » :

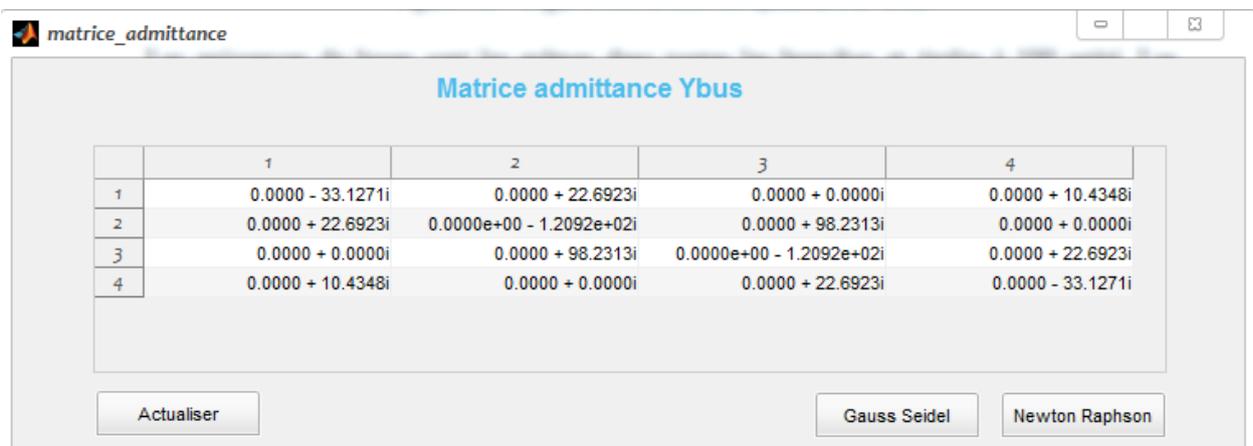


Figure 4.09 : Interface Matrice admittance Ybus

4.4.4 Résolution avec la méthode de Gauss-Seidel

En appliquant la méthode de Gauss-Seidel, avec « gauss_seidel.m », on obtient :



Figure 4.10 : Résultats Load Flow avec la méthode de Gauss-Seidel

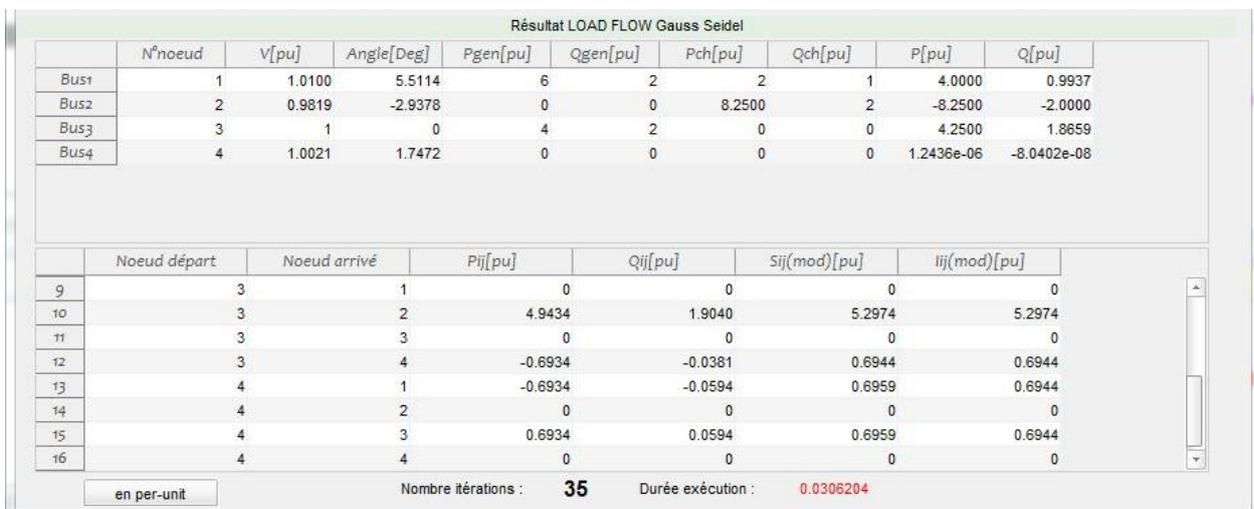
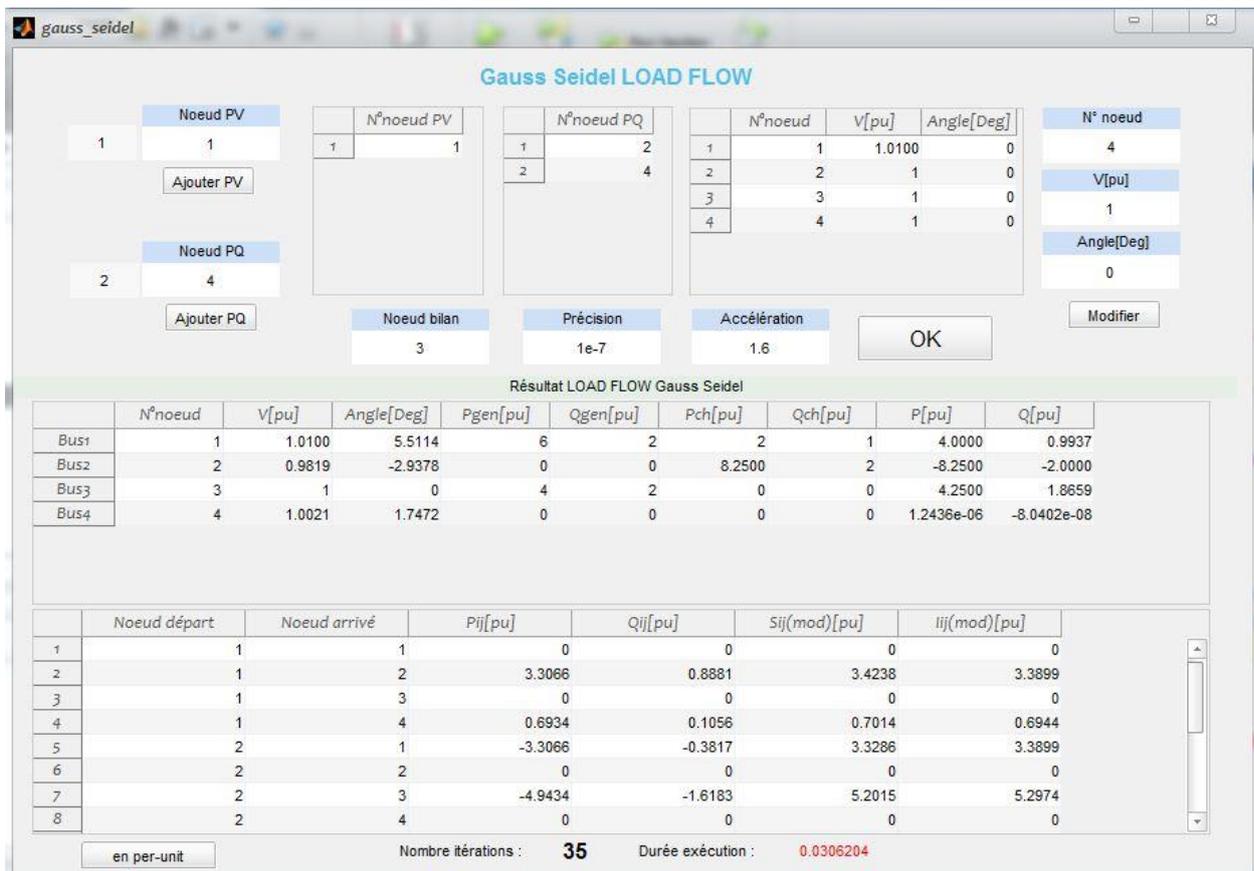


Figure 4.11 : Résultats Load Flow en per-unit avec la méthode de Gauss-Seidel

4.4.5 Résolution avec la méthode de Newton-Raphson

En exécutant « newton_raphson.m » pour la résolution avec la méthode Newton-Raphson, on a :



Figure 4.12 : Résultats Load Flow avec la méthode de Newton Raphson

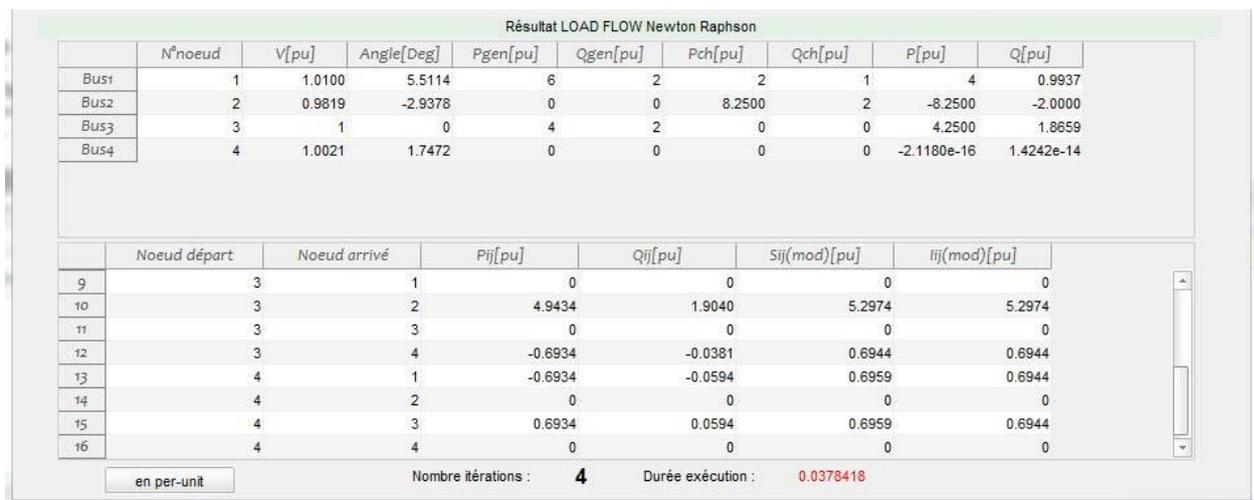
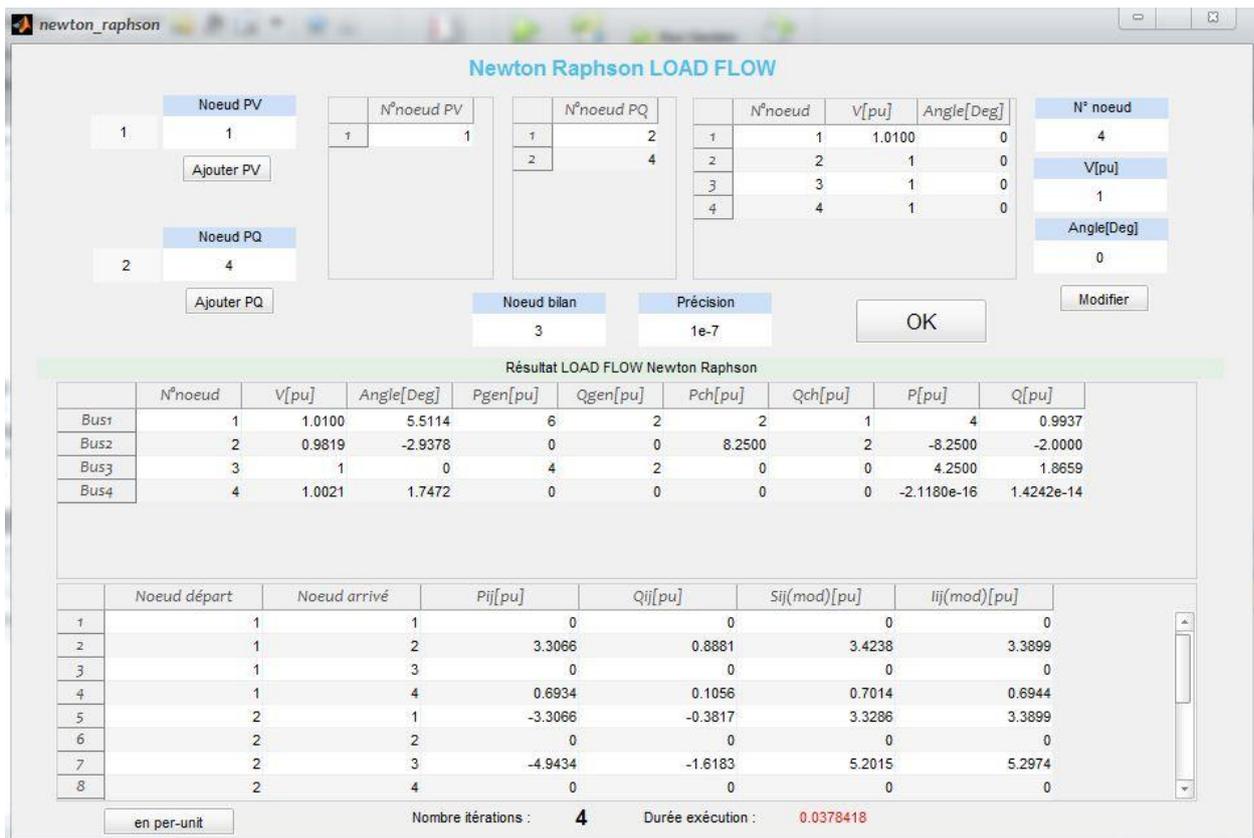


Figure 4.13 : Résultats Load Flow en per-unit avec la méthode de Newton Raphson

Toutes les données sont conservées dans des fichiers extensions «. mat ».

On obtient ainsi les résultats (en per-unit ou en unité réelle) du calcul de la répartition de puissances de l'exemple de la section 3.3.1, qu'on va analyser dans la section suivante.

4.5 Analyse des résultats

Avant de comparer les résultats avec les méthodes de Gauss-Seidel et de Newton-Raphson, nous allons tout d'abord vérifier notre programme en comparant les résultats avec ceux obtenus par simulation avec le logiciel Power World. Par la suite, on analysera le comportement du réseau pris comme exemple en variant certains paramètres.

4.5.1 Simulation avec le logiciel Power World

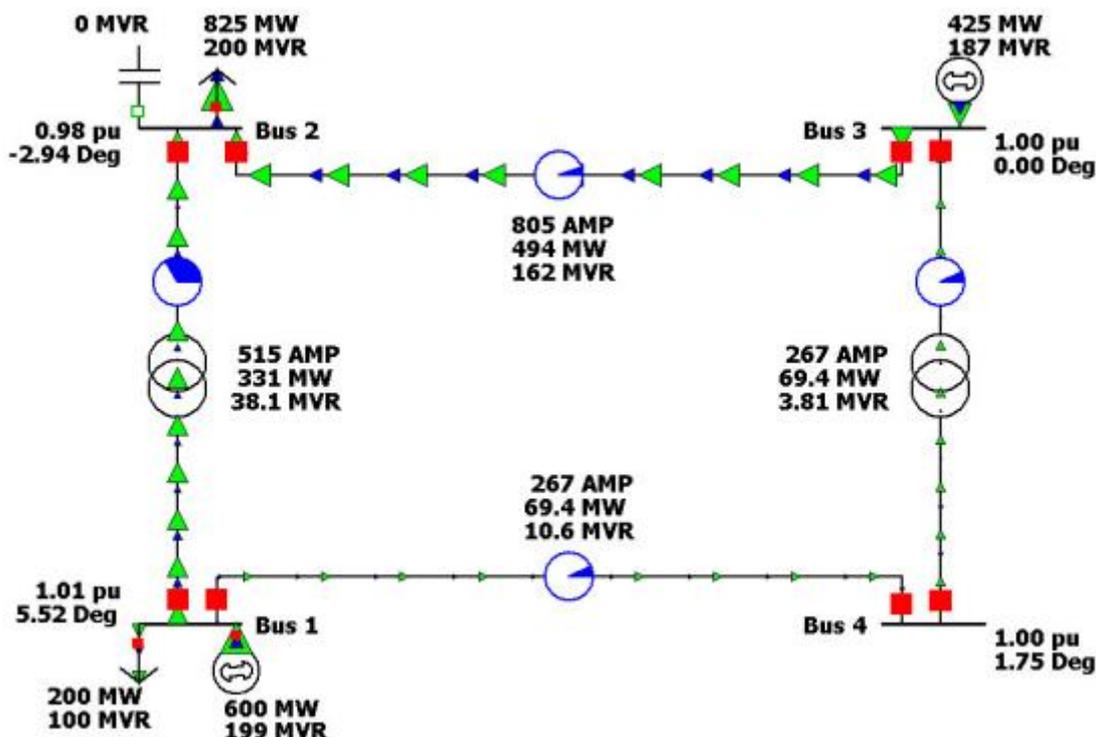


Figure 4.14 : Simulation d'un réseau maillé à 4 nœuds avec Power World

On voit que Power World nous offre une visualisation graphique des grandeurs électriques du réseau. Les transferts de puissances sont représentés par les flèches le long des lignes, vertes pour les puissances actives et bleues pour les puissances réactives. Au niveau du nœud 2, un banc de capacité est connecté, qui est pour l'instant inactivé.

Les résultats sous forme tableau sont les suivants :

BUS	1	Bus 1	150.0	MW	Mvar	MVA	%	1.0100	5.52	1	1
GENERATOR	1		600.00		199.36R	632.3					
LOAD	1		200.00		100.00	223.6					
TO	2	Bus 2	1	330.65	88.79	342.4	34	1.0000	NT	0.0	
TO	4	Bus 4	1	69.41	10.56	70.2	7				
BUS	2	Bus 2	380.0	MW	Mvar	MVA	%	0.9819	-2.94	1	1
LOAD	1		825.00		200.00	848.9					
SWITCHED SHUNT			0.00		0.00	0.0					
TO	1	Bus 1	1	-330.65	-38.12	332.8	33	1.0000	TA	0.0	
TO	3	Bus 3	1	-494.35	-161.88	520.2	5				
BUS	3	Bus 3	380.0	MW	Mvar	MVA	%	1.0000	0.00	1	1
GENERATOR	1		424.94		186.65R	464.1					
TO	2	Bus 2	1	494.35	190.45	529.8	5				
TO	4	Bus 4	1	-69.41	-3.80	69.5	7	1.0000	TA	0.0	
BUS	4	Bus 4	150.0	MW	Mvar	MVA	%	1.0021	1.75	1	1
TO	1	Bus 1	1	-69.41	-5.93	69.7	7				
TO	3	Bus 3	1	69.41	5.93	69.7	7	1.0000	NT	0.0	

Figure 4.15 : Résultats de la simulation d'un réseau maillé à 4 nœuds avec Power World

4.5.2 Comparaison des résultats de notre programme avec Power World

Considérons nos résultats avec la méthode de Gauss-Seidel.

Tableau 4.01 : Comparaison des tensions (Power World et Gauss-Seidel)

N° noeud	Power World		Gauss-Seidel		Différence	
	Module [pu]	Angle [Deg]	Module [pu]	Angle [Deg]	Module [pu]	Angle [Deg]
1	1.0100	5.5200	1.0100	5.5114	0.0000	0.0086
2	0.9819	-2.9400	0.9819	-2.9378	0.0000	0.0022
3	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4	1.0021	1.7500	1.0021	1.7472	0.0000	0.0088

On voit que pour les tensions, les résultats sont les mêmes à 10^{-2} près.

Tableau 4.02 : Comparaison des puissances injectées (Power World et Gauss-Seidel)

N°noeud	Power World			
	Pgen [MW]	Qgen [MVar]	Pch [MW]	Qch [MVar]
1	600.00	199.36	200.00	100.00
2	0.00	0.00	825.00	200.00
3	424.94	186.65	0.00	0.00
4	0.00	0.00	0.00	0.00
N°noeud	Gauss-Seidel			
	Pgen [MW]	Qgen [MVar]	Pch [MW]	Qch [MVar]
1	600.00	199.36	200.00	100.00
2	0.00	0.00	825.00	199.99
3	425.00	186.59	0.00	0.00
4	0.00	0.00	0.00	0.00
N°noeud	Différence			
	Pgen [MW]	N°noeud	Pgen [MW]	N°noeud
1	0.00	0.00	0.00	0.00
2	0.00	0.00	0.00	0.01
3	0.06	0.06	0.00	0.00
4	0.00	0.00	0.00	0.00

Notons que pour notre programme, les valeurs de Pgen, Qgen, Pch et Qch ont été arrondies en utilisant la fonction « round », leurs valeurs à 10^{-2} près sont obtenues en utilisant P_i et Q_i . En les comparant avec Power World, on a les mêmes résultats à 10^{-1} près.

Tableau 4.03 : Comparaison des courants transités (Power World et Gauss-Seidel)

Branche		Power World	Gauss-Seidel	Différence
Départ (i)	Arrivé (j)	I_{ij} [A]	I_{ij} [A]	I_{ij} [A]
2	1	515	515.04	0.04
2	3	805	804.85	0.15
4	3	267	267.28	0.28
1	4	267	267.28	0.28

Pour une branche de type ligne, $I_{ij} = I_{ji}$, c'est le cas des ligne 2-3 et 1-4. Cependant, pour les transformateurs, si lors de la conversion en per-unit, l'enroulement primaire se trouve du côté du nœud « i », et le secondaire du côté de « j », le courant pris et affiché par Power World est I_{ji} .

En arrondissant les valeurs, les courants transités obtenus avec Power World sont identiques avec ceux de notre programme.

Tableau 4.04 : Comparaison des puissances transitées (Power World et Gauss-Seidel)

Branche		Power World			Gauss-Seidel			Différence		
Départ	Arrivé	Pij	Qij	Sij	Pij	Qij	Sij	Pij	Qij	Sij
1	2	330.65	88.79	342.40	330.66	88.81	342.38	0.01	0.02	0.02
1	4	69.41	10.56	70.20	69.34	10.56	70.14	0.07	0.00	0.06
2	1	-330.65	-38.12	332.80	-330.66	-38.17	332.86	0.01	0.05	0.06
2	3	-494.35	-161.88	520.20	-494.34	-161.83	520.15	0.01	0.05	0.05
3	2	494.35	190.45	529.80	494.34	190.40	529.74	0.01	0.05	0.06
3	4	-69.41	-3.80	69.50	-69.34	-3.81	69.44	0.07	0.01	0.06
4	1	-69.41	-5.93	69.70	-69.34	-5.94	69.59	0.07	0.01	0.11
4	3	69.41	5.93	69.70	69.34	5.94	69.59	0.07	0.01	0.11

On peut dire qu'à 10^{-1} près, les puissances transitées obtenues avec Power World et notre programme sont les mêmes.

4.5.3 Comparaison des méthodes de Gauss-Seidel et de Newton-Raphson

Comparons maintenant nos deux méthodes de résolution d'un problème Load Flow.

Tableau 4.05 : Comparaison des tensions (Gauss-Seidel et Newton-Raphson)

N° noeud	Gauss-Seidel		Newton-Raphson		Différence	
	Module [pu]	Angle [Deg]	Module [pu]	Angle [Deg]	Module [pu]	Angle [Deg]
1	1.0100	5.5114	1.0100	5.5114	0.0000	0.0000
2	0.9819	-2.9378	0.9819	-2.9378	0.0000	0.0000
3	1.0000	0.0000	1.0000	0.0000	0.0000	0.0000
4	1.0021	1.7472	1.0021	1.7472	0.0000	0.0000

On obtient les mêmes tensions avec les deux méthodes.

Tableau 4.06 : Comparaison des puissances injectées (Gauss-Seidel et Newton-Raphson)

N°noeud	Gauss-Seidel			
	Pgen [MW]	Qgen [MVar]	Pch [MW]	Qch [MVar]
1	600.0000	199.3668	200.0000	100.0000
2	0.0000	0.0000	825.0003	199.9997
3	425.0001	186.5872	0.0000	0.0000
4	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
N°noeud	Newton-Raphson			
	Pgen [MW]	Qgen [MVar]	Pch [MW]	Qch [MVar]
1	600.0000	199.3668	200.0000	100.0000
2	0.0000	0.0000	825.0000	200.0000
3	425.0000	186.5874	0.0000	0.0000
4	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
N°noeud	Différence			
	Pgen [MW]	N°noeud	Pgen [MW]	N°noeud
1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	0.0000	0.0000	0.0003	0.0003
3	0.0001	0.0002	0.0000	0.0000
4	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Les puissances injectées sont identiques à 10^{-3} près.

Tableau 4.07 : Comparaison des courants transités (Gauss-Seidel et Newton-Raphson)

Branche		Gauss-Seidel		Newton-Raphson		Différence	
Départ (i)	Arrivé (j)	Iij [A]		Iij [A]		Iij [A]	
2	1	515.0442		515.0442		0.0000	
2	3	804.8517		804.8515		0.0002	
4	3	267.2828		267.2825		0.0003	
1	4	267.2823		267.2825		0.0002	

A 10^{-3} près, on a les mêmes valeurs de courant avec les deux méthodes.

Tableau 4.08 : Comparaison des puissances transitées (Gauss-Seidel et Newton-Raphson)

Branche		Gauss-Seidel			Newton-Raphson			Différence		
Départ	Arrivé	Pij	Qij	Sij	Pij	Qij	Sij	Pij	Qij	Sij
1	2	330.6626	88.8100	342.3814	330.6626	88.8100	342.3813	0.0000	0.0000	0.0001
1	4	69.3374	10.5568	70.1364	69.3374	10.5568	70.1365	0.0000	0.0000	0.0001
2	1	-330.6626	-38.1694	332.8584	-330.6626	-38.1694	332.8583	0.0000	0.0000	0.0001
2	3	-494.3376	-161.8303	520.1526	-494.3374	-161.8306	520.1525	0.0002	0.0003	0.0001
3	2	494.3376	190.3977	529.7367	494.3374	190.3979	529.7366	0.0002	0.0002	0.0001
3	4	-69.3375	-3.8105	69.4421	-69.3374	-3.8105	69.4420	0.0001	0.0000	0.0001
4	1	-69.3374	-5.9355	69.5909	-69.3374	-5.9355	69.5910	0.0000	0.0000	0.0001
4	3	69.3375	5.9355	69.5911	69.3374	5.9355	69.5910	0.0001	0.0000	0.0001

Les résultats obtenus sont les mêmes à 10^{-3} près.

Pour cet exemple de réseau à 4 nœuds, avec la méthode de Gauss-Seidel, les solutions sont obtenues après 35 itérations de la méthode, la durée d'exécution est de 0.0306204 seconde. Avec la méthode de Newton-Raphson, le problème Load Flow converge à 4 itérations seulement, avec un temps de 0.0378418 seconde. Il y a une légère différence entre les temps d'exécution, mais plus le nombre de nœud augmente, plus cette différence deviendra plus important.

4.5.4 Analyse du comportement du réseau

L'équation 3-24 nous montre que l'absorption de puissance réactive en un nœud ($Q_i < 0$) a pour effet de diminuer la tension au niveau de ce nœud. De même, la tension peut s'effondrer avec une forte consommation de puissance active ($P_i < 0$). Pour vérifier cette théorie, varions les puissances au niveau du nœud 2 de l'exemple précédent. On obtient les courbes suivantes :

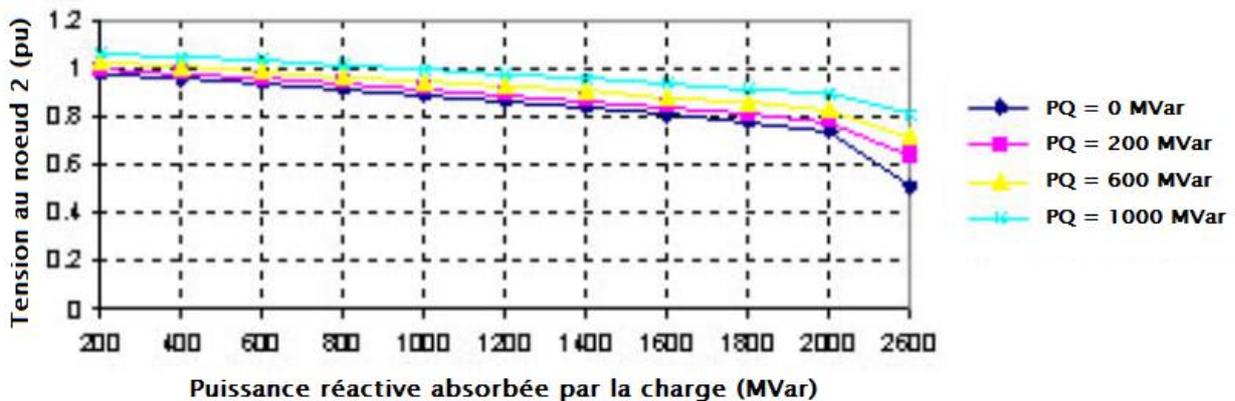


Figure 4.16 : Influence des puissances réactives absorbées et générées sur la tension en un nœud

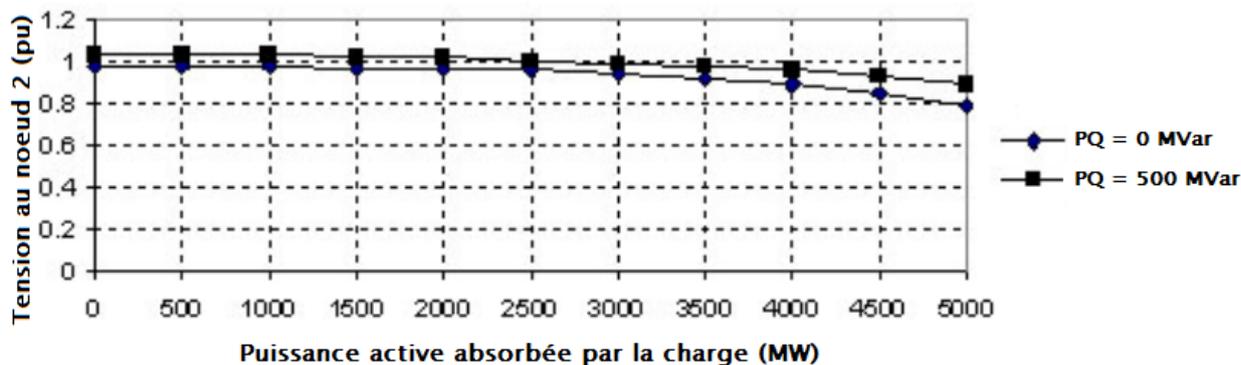


Figure 4.17 : Influence des puissances actives absorbées sur la tension en un nœud

On voit que la stabilité de la tension est influencée par les puissances consommées par les charges. Il est évident aussi, vu que les nœuds d'un réseau sont interconnectés, qu'une diminution de la tension en un nœud peut entraîner la diminution des tensions des nœuds voisins. Par conséquent, l'effondrement excessif de la tension peut engendrer une instabilité totale d'une partie du réseau, voir provoquer un « black-out » plus général.

On sait maintenant pourquoi la tension au point de raccordement tombe légèrement et la puissance totale consommée augmente lorsque des équipements consommateurs sont connectés à un réseau électrique. Il est aussi logique que pendant les heures de pointes, on constate cette chute de tension au niveau des foyers.

Pour maintenir une tension stable en un nœud, on peut injecter une puissance réactive comme par exemple avec des bancs de capacité. C'est le cas de notre exemple où un banc de capacité est connecté au nœud 2. Les courbes des figures précédentes nous montrent clairement l'effet du banc de capacité sur la tension au nœud 2. Ainsi, pour des charges fortement inductives, il faut injecter de la puissance réactive pour soutenir la tension. Cependant, cette puissance doit pouvoir être régulée pour de nombreuses raisons :

- La consommation des charges est fluctuante, en cas de déconnexion de la charge une surtension peut surgir sans régulation du système.
- Contraintes sur la puissance maximale transférable, la distance entre sites de production et de consommation, et les limites de puissance réactive des machines.

4.6 Application avec le Réseau Interconnecté d'Antananarivo

Utilisons maintenant notre programme avec le plus grand réseau électrique de Madagascar : le Réseau Interconnecté d'Antananarivo (ou RIA). Pour cela, nous allons prendre la topologie et les données fournies par l'Office de Régulation de l'Electricité (ORE) datées de 2016, qui sont présentées en annexe, et combiner ces données avec la topologie récente du RIA (mars 2020) fournie par la JIRAMA. Les données sont importées vers notre programme avec le fichier « create_data_RIA.m » présenté en annexe.

4.6.1 Données du RIA

Nous avons réparti le RIA en 17 blocs : 1-Ambodivona, 2-Ambohimambola, 3-Tana Ouest, 4-Ambohijatovo, 5-Mandroseza, 6-Tana Sud, 7-Antsirabe, 8-Mandraka, 9-Antelomita, 10-Andekaleka, 11-Tana Nord, 12-Ambatolampy, A- Tac Jovena Ambohimambola, B-Tsiazompaniry, C- Green Yellow Ihazolava, D- Sahanivotry, E- Manandona. La topologie de chaque bloc est présentée en annexe de ce document. En tenant compte de tous les transformateurs connus, on a au total un réseau maillé composé de 68 nœuds.

Tableau 4.09 : Données des nœuds du RIA

	N° nœud	V[kV]	θ[Deg]	Pg[MW]	Qg[MVar]	Pch[MW]	Qch[MVar]
Ambodivona_63kV	1	63	0	0	0	0	0
Ambodivona_35kV(1)	2	35	0	0	6	0	0
Ambodivona_35kV(2)	3	35	0	0	0	31.3800	16.3200
Ambodivona_5kV(1)	4	5	0	0	0	0	0
Ambodivona_5kV(2)	5	5	0	0	0	19.0100	11.7900
Ambohimambola_138kV	6	138	0	0	0	0	0
Ambohimambola_63kV(1)	7	63	0	0	0	0	0
Ambohimambola_63kV(2)	8	63	0	0	0	0	0
Ambohimambola_63kV(3)	9	63	0	0	0	0	0
Ambohimambola_20kV(1)	10	20	0	0	0	21.7500	13.4800
Ambohimambola_20kV(2)	11	20	0	0	3	0	0
Ambohimambola_Aggreko	12	11	0	25	0	0	0
Ambohimambola_CTA2-AKSAF	13	11	0	25	0	0	0
Ambohimambola_11kV	14	11	0	0	0	0	0
Ambohimambola_AKSAF-POWER	15	11	0	60	0	0	0
TanaOuest_35kV	16	35	0	0	3	21.85	13.54
TanaOuest_5kV(1)	17	5	0	0	0	0	0
TanaOuest_5kV(2)	18	5	0	0	0	11.15	6.91
TanaOuest_5kV(3)	19	5	0	0	0	0	0
Ambohijatovo_35kV	20	35	0	0	3	0	0
Ambohijatovo_5kV(1)	21	5	0	0	0	0	0
Ambohijatovo_5kV(2)	22	5	0	0	0	0	0
Ambohijatovo_5kV(3)	23	5	0	0	0	17.52	10.87
Ambohijatovo_5kV(4)	24	5	0	0	0	0	0
Ambohijatovo_5kV(5)	25	5	0	0	0	0	0
Mandroseza_35kV	26	35	0	40	6	1.9	0
Mandroseza_5kV(1)	27	5	0	0	0	0	0
Mandroseza_5kV(2)	28	5	0	0	0	12.55	7.78
Mandroseza_5kV(3)	29	5	0	0	0	0	0
TanaSud_63kV	30	63	0	0	0	0	0
TanaSud_35kV(1)	31	35	0	0	0	0	0
TanaSud_35kV(2)	32	35	0	0	0	10.50	6.51
TanaSud_20kV	33	20	0	0	6	23.49	14.59
Antsirabe_63kV	34	63	0	0	0	0	0
Antsirabe_20kV(1)	35	20	0	0	0	12.9	7.99
Antsirabe_20kV(2)	36	20	0	0	6	0	0
Antsirabe_5kV(1)	37	5	0	7	0	0	0

Antsirabe_5kV(2)	38	5	0	4.2	0	0	0
Antsirabe_5kV(3)	39	5	0	0	0	5.18	3.21
Mandraka_63kV	40	63	0	0	0	0	0
Mandraka_30kV(1)	41	30	0	0	0	2.70	1.30
Mandraka_30kV(2)	42	30	0	0	0	0	0
Mandraka3.2kV(1)	43	3.2	0	6	0	0	0
Mandraka3.2kV(2)	44	3.2	0	6	0	0	0
Mandraka3.2kV(3)	45	3.2	0	6	0	0	0
Mandraka3.2kV(4)	46	3.2	0	6	0	0	0
Antelomita_35kV	47	35	0	8.16	0	0.19	0.11
Andekaleka_138kV	48	138	0	0	0	0	0
Andekaleka_G1	49	13.8	0	29	0	0	0
Andekaleka_G2	50	13.8	0	29	0	0	0
Andekaleka_G3	51	13.8	0	33.2	0	0	0
TanaNord_138kV	52	138	0	0	0	0	0
TanaNord_20kV(1)	53	20	0	0	0	48.92	30.32
TanaNord_20kV(2)	54	20	0	0	3	0	0
TanaNord_35kV	55	35	0	0	0	4.88	3.02
Ambatolampy_63kV	56	63	0	0	0	0	0
Ambatolampy_20kV(1)	57	20	0	0	0	4.79	2.24
Ambatolampy_20kV(2)	58	20	0	0	0	0	0
TacJovena_63kV	59	63	0	0	0	0	0
TacJovena_11kV(1)	60	11	0	20	0	0	0
TacJovena_11kV(2)	61	11	0	20	0	0	0
PosteBehenjy_63kV	62	63	0	0	0	0	0
Tsiazompaniry_63kV	63	63	0	0	0	0	0
Tsiazompaniry_20kV	64	20	0	5	0	0	0
Ihazolava_63kV	65	63	0	0	0	0	0
Ihazolava_20kV	66	20	0	20	0	0	0
Sahanivotry_63kV	67	63	0	15	0	0	0
Manandona_20kV	68	20	0	1.6	0	0	0

Tableau 4.10 : Données des lignes du RIA

N°	Départ	Arrivé	R[Ω/km]	X[Ω /km]	Y/2[μS/km]	L[km]	U[kV]	Imax[A]
1	2	3	0	0	0	Jeu de barre	35	0
2	4	5	0	0	0	Jeu de barre	5	0
3	7	8	0	0	0	Jeu de barre	63	0
4	8	9	0	0	0	Jeu de barre	63	0
5	10	11	0	0	0	Jeu de barre	20	0
6	13	14	0	0	0	Jeu de barre	11	0
7	14	15	0	0	0	Jeu de barre	11	0
8	17	18	0	0	0	Jeu de barre	5	0
9	18	19	0	0	0	Jeu de barre	5	0
10	21	22	0	0	0	Jeu de barre	5	0
11	22	23	0	0	0	Jeu de barre	5	0
12	23	24	0	0	0	Jeu de barre	5	0
13	24	25	0	0	0	Jeu de barre	5	0
14	27	28	0	0	0	Jeu de barre	5	0
15	28	29	0	0	0	Jeu de barre	5	0

16	31	32	0	0	0	Jeu de barre	35	0
17	35	36	0	0	0	Jeu de barre	20	0
18	38	39	0	0	0	Jeu de barre	5	0
19	41	42	0	0	0	Jeu de barre	30	0
20	53	54	0	0	0	Jeu de barre	20	0
21	57	58	0	0	0	Jeu de barre	20	0
22	59	7	0.0009	0.0319	0	10.8	63	600
23	2	20	0.001	0.0366	0	6	35	0
24	2	16	0.001	0.0366	0	9	35	0
25	7	40	0.003	0.319	0	44.6	63	300
26	6	52	0.012	0.0711	0	14.2	138	500
27	6	48	0.01	0.0451	0	138	138	1200
28	9	30	0.001	0.319	0	18.152	63	750
29	9	62	0.003	0.0335	0	139.9	63	300
30	62	63	0.006	0.0339	0	39.186	63	0
31	62	56	0.003	0.0335	0	30	63	0
32	65	56	0.0002	0.0326	0	2.8	63	0
33	56	34	0.008	0.0369	0	91.9	63	0
34	16	32	0.0003	0.0319	0	4.2	35	0
35	20	26	0.0004	0.0685	0	3.729	35	0
36	3	26	0.0006	0.0319	0	9.97	35	0
37	26	31	0.0006	0.0319	0	7.435	35	0
38	26	32	0.0006	0.0319	0	7.435	35	0
39	26	47	0.002	0.0865	0	20.6	35	0
40	34	67	0.002	0.0335	0	21	63	0
41	36	68	0.0003	0.0339	0	10.7	20	0

Tableau 4.11 : Données des transformateurs du RIA

	Départ	Arrivé	S[MVA]	Rcc[Ω]	Xcc[Ω]	Up[kV]	Us[kV]
1_TR1	1	2	25	0.6350	18.5590	63	35
1_TR2	1	3	25	0.6350	18.5590	63	35
1_TR9	1	4	15	1.1378	26.4335	63	5
1_TR8	1	5	15	1.1378	26.4335	63	5
2_AT6	6	7	30	2.6662	25.0746	138	63
2_AT7	6	8	30	2.6662	25.0746	138	63
2_AT8	6	9	30	2.6662	25.0746	138	63
2_TR3	8	10	10	1.7464	39.6503	63	20
2_TR4	8	11	10	1.7464	39.6503	63	20
2_TR11(1)	12	7	60	0.0089	0.2216	11	63
2_TR11(2)	13	9	18	0.0289	0.8732	11	63
2_TR11(3)	14	9	60	0.0089	0.2216	11	63
2_TR11(4)	15	9	60	0.0089	0.2216	11	63
3_TR4	16	17	5	1.078	20.8495	35	5
3_TR1	16	18	5	1.078	17.983	35	5
3_TR3	16	19	5	1.078	17.248	35	5
4_TR1	20	21	5	1.078	20.8495	35	5
4_TR2	20	22	5	1.078	17.983	35	5
4_TR3	20	23	5	1.078	17.248	35	5
4_TR6	20	24	5	1.078	17.1255	35	5

4_TR5	20	25	5	1.078	17.983	35	5
5_TR7	26	27	5	1.078	17.248	35	5
5_TR6	26	28	5	1.078	17.1255	35	5
5_TR	26	29	5	1.078	20.8495	35	5
6_TR1	30	31	25	0.6350	18.5590	63	35
6_TR2	30	32	25	0.6350	18.5590	63	35
6_TR4	30	33	25	0.6350	18.5590	63	20
7_TR63(1)	34	35	15	1.1378	26.3542	63	20
7_TR63(2)	34	36	15	1.1378	26.3542	63	20
7_TR5(1)	37	35	9.1	0.0121	0.2470	5	20
7_TR1	35	38	5	0.8800	8.6600	20	5
7_TR3	36	39	5	0.8800	8.6600	20	5
8_TR1	40	41	4	4.3659	76.3040	63	30
8_TR2	40	42	2	8.7318	38.6977	63	30
8_TRG1	43	40	7.5	0.0060	0.1095	3.2	63
8_TRG2	44	40	7.5	0.0060	0.1095	3.2	63
8_TRG3	45	40	7.5	0.0060	0.1095	3.2	63
8_TRG4	46	40	7.5	0.0060	0.1095	3.2	63
10_TR1	49	48	32	0.0250	0.4160	13.8	138
10_TR2	50	48	32	0.0250	0.4160	13.8	138
10_TR3	51	48	41	0.0195	0.3340	13.8	138
11_TR1	52	53	25	2.7011	25.0851	138	20
11_TR2	52	54	25	2.7011	25.0851	138	20
11_TR3	54	55	7	0.0574	1.3320	20	35
12_TR1	56	57	4	2.3550	52.9464	63	20
12_TR2	56	58	4	2.3550	52.9464	63	20
A_TR11(1)	60	59	30	0.0178	0.4432	11	63
A_TR11(2)	61	59	30	0.0178	0.4432	11	63
B_TR	64	63	10	0.1147	2.664	20	63
C_TR	66	65	25	0.1147	2.664	20	63

Notons que certaines données ne sont pas fournies précisément, donc on les a estimées et ont été indiquées en rouge dans les tableaux ci-dessus.

4.6.2 Conversion des données du RIA en per-unit

Pour la conversion des données du RIA en per-unit, nous allons utiliser les données suivantes :

Tableau 4.12 : Classification des nœuds par zone en fonction des tensions nominales

U[kV]	138	63	35	30	20	13.8	11	5	3.2
N°zone	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Les puissances de bases choisies sont égales à 10 unités (10MVA, 10MW, 10MVar).

4.6.3 Classification des nœuds PV, PQ et nœud bilan

Tableau 4.13 : Classification des nœuds PV, PQ et nœud bilan

Nœud bilan 48	
Nœud PV	12 ;13 ;15 ;26 ;37 ;38 ;43 ;44 ;45 ;46 ;47 ;49 ;50 ;51 ;60 ;61 ;64 ;66 ;67 ;68
Nœud PQ	1 ;2 ;3 ;4 ;5 ;6 ;7 ;8 ;9 ;10 ;11 ;14 ;16 ;17 ;18 ;19 ;20 ;21 ;22 ;23 ;24 ;25 ;27 ;28 ;29 ;30 ;31 ;32 ;33 ;34 ;35 ;36 ;39 ;40 ;41 ;42 ;52 ;53 ;54 ;55 ;56 ;57 ;58 ;59 ;62 ;63 ;65

4.6.4 Résultats Load Flow du RIA avec Gauss-Seidel

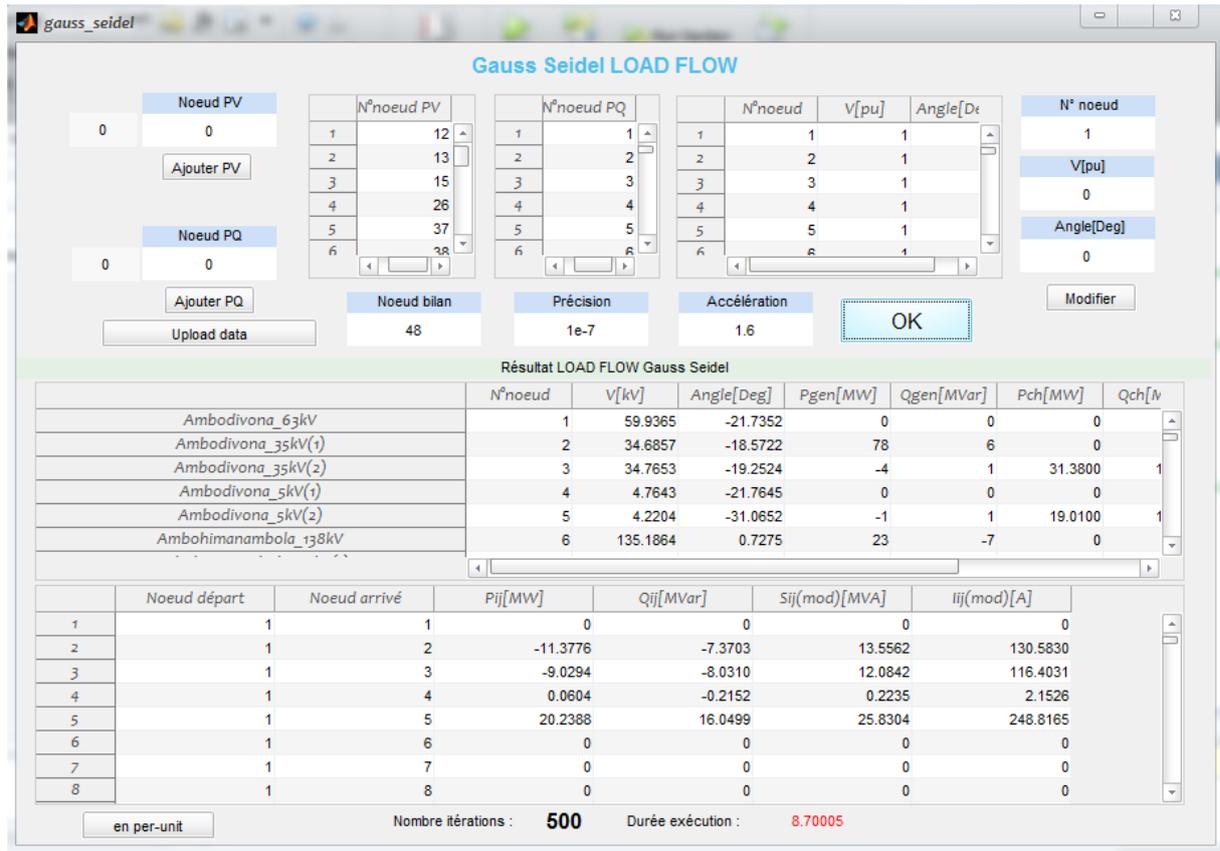


Figure 4.18 : Résultats Load Flow du RIA avec Gauss-Seidel

Tableau 4.14 : Résultats Load Flow du RIA avec Gauss-Seidel

	N° noeud	V[kV]	θ[Deg]	Pg[MW]	Qg[MVar]	Pch[MW]	Qch[MVar]	P[MW]	Q[MVar]
Ambodivona_63kV	1	59.9365	-21.7352	0	0	0	0	-0.1078	0.4335
Ambodivona_35kV(1)	2	34.6857	-18.5722	78	6	0	51	78.2370	-44.8833
Ambodivona_35kV(2)	3	34.7653	-19.2524	-4	1	31.3800	16.3200	-35.1865	-15.7823
Ambodivona_5kV(1)	4	4.7643	-21.7645	0	0	0	0	-0.0604	0.2155
Ambodivona_5kV(2)	5	4.2204	-31.0652	-1	1	19.0100	11.7900	-20.0275	-11.1404
Ambohimanambola_138kV	6	135.1864	0.7275	23	-7	0	0	23.1393	-7.3399
Ambohimanambola_63kV(1)	7	62.4046	7.3496	-1	0	0	0	-0.9694	0.1284
Ambohimanambola_63kV(2)	8	60.6107	-3.5837	-50	18	0	0	-49.8573	17.6475
Ambohimanambola_63kV(3)	9	61.4270	1.7321	-1	0	0	0	-0.5147	-0.0372
Ambohimanambola_20kV(1)	10	13.2253	2.9344	28	-6	21.7500	13.4800	6.3579	-19.7798
Ambohimanambola_20kV(2)	11	20.7165	-9.7502	-10	3	0	-6	-10.3330	8.6793
Ambohimanambola_Aggreko	12	11.0000	9.9787	25	5	0	0	24.9998	4.7254
Ambohimanambola_CTA2-AKSAF	13	11.0000	12.3240	25	5	0	0	24.9984	4.9346
Ambohimanambola_11kV	14	10.7232	1.7595	0	0	0	0	0.2436	-0.1128
Ambohimanambola_AKSAF-POWER	15	11.0000	8.1392	60	15	0	0	59.9954	14.5490
TanaOuest_35kV	16	34.7361	-18.8832	-42	3	21.8500	13.5400	-63.3670	15.3529
TanaOuest_5kV(1)	17	4.9568	-18.8076	0	0	0	0	0.0728	-0.0684
TanaOuest_5kV(2)	18	3.8733	-13.6893	15	-5	11.1500	6.9100	4.0504	-11.5214
TanaOuest_5kV(3)	19	4.9568	-18.8076	0	0	0	0	0.0870	-0.0836
Ambohijatovo_35kV	20	34.9790	-19.0744	-115	3	0	-77	-115.1384	79.7034

Ambohijatovo_5kV(1)	21	5.0279	-19.6156	-1	0	0	0	-0.5374	0.3952
Ambohijatovo_5kV(2)	22	5.0279	-19.6156	-1	0	0	0	-0.6189	0.4631
Ambohijatovo_5kV(3)	23	3.4858	22.3252	50	6	17.5200	10.8700	32.4349	-4.6273
Ambohijatovo_5kV(4)	24	5.0279	-19.6156	-1	0	0	0	-0.6484	0.4882
Ambohijatovo_5kV(5)	25	5.0279	-19.6156	-1	0	0	0	-0.6189	0.4631
Mandroseza_35kV	26	35.0000	-18.5968	40	6	1.9000	-89	37.8212	95.3128
Mandroseza_5kV(1)	27	5.0000	-18.6509	0	0	0	0	-0.0669	0.0042
Mandroseza_5kV(2)	28	3.8108	-7.7480	22	-5	12.5500	7.7800	9.4687	-12.5885
Mandroseza_5kV(3)	29	5.0000	-18.6509	0	0	0	0	-0.0554	0.0029
TanaSud_63kV	30	60.4377	-7.3843	0	0	0	0	-0.0861	0.3336
TanaSud_35kV(1)	31	34.9153	-18.2245	-5	0	0	0	-4.8156	0.1361
TanaSud_35kV(2)	32	34.7606	-18.6313	7	-10	10.5000	6.5100	-3.3875	-16.5111
TanaSud_20kV	33	18.0672	-14.5734	0	6	23.4900	14.5900	-23.4861	-8.5521
Antsirabe_63kV	34	62.8458	4.5194	0	0	0	0	0.0679	-0.0059
Antsirabe_20kV(1)	35	19.3320	3.8960	0	0	12.9000	7.9900	-12.8996	-7.9901
Antsirabe_20kV(2)	36	20.0194	3.1093	0	6	0	0	0.0107	5.9999
Antsirabe_5kV(1)	37	5.0000	7.9047	7	3	0	0	7.0001	3.2768
Antsirabe_5kV(2)	38	5.0000	9.1234	4.2000	1	0	0	4.2000	1.3015
Antsirabe_5kV(3)	39	4.5240	-3.5539	0	0	5.1800	3.2100	-5.1803	-3.2099
Mandraka_63kV	40	62.3373	11.7959	0	0	0	0	-0.0044	6.6499e-04
Mandraka_30kV(1)	41	28.7675	8.7470	0	0	2.7000	1.3000	-2.6994	-1.3002
Mandraka_30kV(2)	42	29.6845	11.7964	0	0	0	0	9.6761e-04	9.4136e-07
Mandraka3.2kV(1)	43	3.2000	15.4849	6	1	0	0	6.0000	0.8466
Mandraka3.2kV(2)	44	3.2000	15.4849	6	1	0	0	6.0000	0.8466
Mandraka3.2kV(3)	45	3.2000	15.4849	6	1	0	0	6.0000	0.8466
Mandraka3.2kV(4)	46	3.2000	15.4849	6	1	0	0	6.0000	0.8466
Antelomita_35kV	47	35.0000	-17.9322	8.1600	0	0.1900	0.1100	7.9699	-0.1380
Andekaleka_138kV	48	138	0	-114	76	0	0	-113.9040	75.9562
Andekaleka_G1	49	13.8000	3.6382	29	-1	0	0	29.0000	-0.8202
Andekaleka_G2	50	13.8000	3.6382	29	-1	0	0	29.0000	-0.8202
Andekaleka_G3	51	13.8000	3.3438	33.2000	-1	0	0	33.2000	-0.9676
TanaNord_138kV	52	134.8437	0.6165	8	-1	0	0	8.0205	-0.9945
TanaNord_20kV(1)	53	18.4305	-2.7372	5	-3	48.9200	30.3200	-43.5482	-33.0391
TanaNord_20kV(2)	54	19.5256	0.1846	-1	3	0	0	-1.2866	3.2914
TanaNord_35kV	55	33.7563	-0.6324	1	0	4.8800	3.0200	-4.1706	-3.2132
Ambatolampy_63kV	56	62.2546	4.1378	0	0	0	0	0.4072	0.0131
Ambatolampy_20kV(1)	57	19.0318	0.3221	0	0	4.7900	2.2400	-4.7905	-2.2399
Ambatolampy_20kV(2)	58	19.7634	4.1375	0	0	0	0	-4.6285e-04	2.6553e-05
TacJovena_63kV	59	62.4207	7.5533	0	0	0	0	0.3768	-0.0508
TacJovena_11kV(1)	60	11.0000	11.7725	20	2	0	0	19.9997	2.4401
TacJovena_11kV(2)	61	11.0000	11.7725	20	2	0	0	19.9997	2.4401
PosteBehenjy_63kV	62	62.1285	3.7762	0	0	0	0	-0.1418	0.0780
Tsiazompaniry_63kV	63	62.1815	3.8701	0	0	0	0	0.0575	-0.0376
Tsiazompaniry_20kV	64	20.0000	5.7733	5	2	0	0	4.9999	1.8172
Ihazolava_63kV	65	62.2541	4.1643	0	0	0	0	-0.2671	0.0046
Ihazolava_20kV	66	20.0000	11.8732	20	2	0	0	20.0000	2.2575
Sahanivotry_63kV	67	63.0000	4.6643	15	13	0	0	15.0005	12.9286
Manandona_20kV	68	20.0000	3.1929	1.6000	-1	0	0	1.6000	-1.0851

Les courants et puissances transités dans les branches obtenues avec la méthode de Gauss-Seidel sont présentés en annexe.

Notons qu'on a atteint le nombre d'itération maximale 500, donc pas de convergence, voilà pourquoi certaines valeurs semblent illogiques.

4.6.5 Résultats Load Flow du RIA avec Newton-Raphson

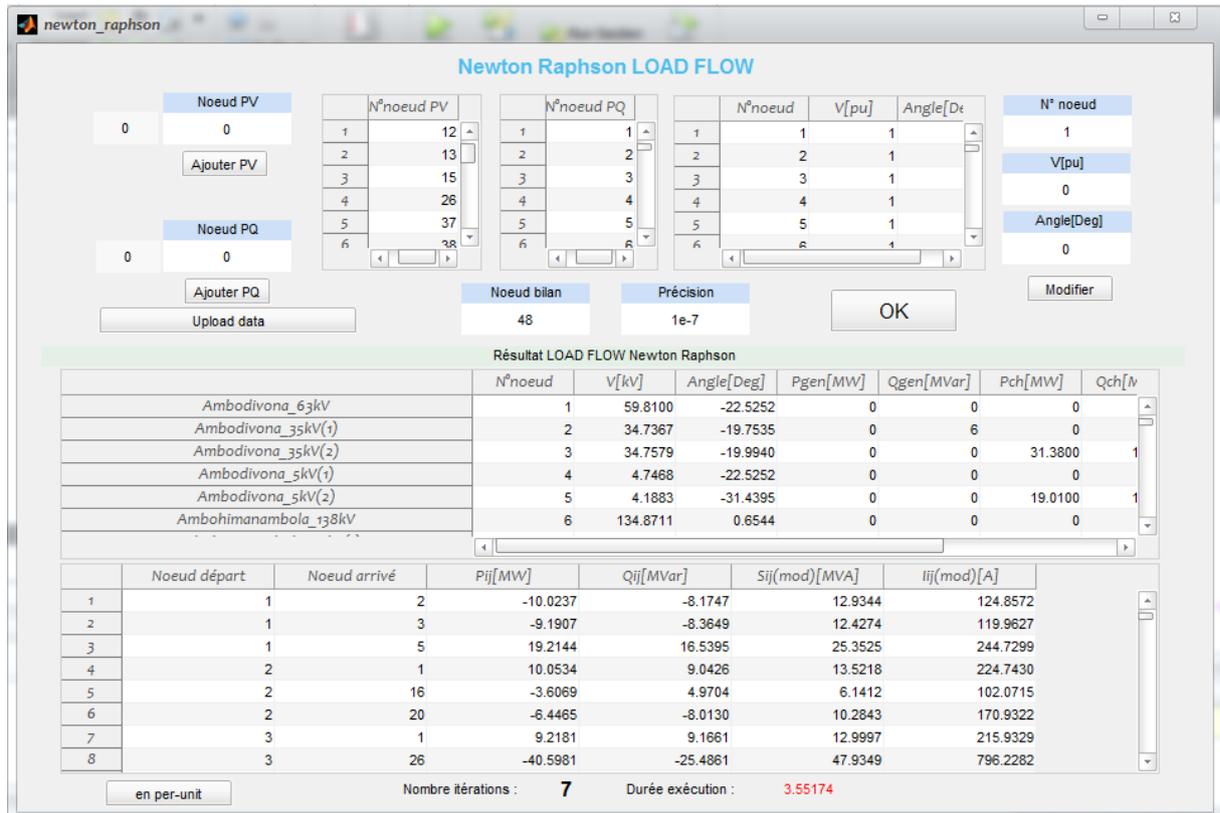


Figure 4.19 : Résultats Load Flow du RIA avec Newton-Raphson

Tableau 4.15 : Résultats Load Flow du RIA avec Newton-Raphson

	N° noeud	V[kV]	θ[Deg]	Pg[MW]	Qg[MVar]	Pch[MW]	Qch[MVar]	P[MW]	Q[MVar]
Ambodivona_63kV	1	59.8100	-22.5252	0	0	0	0	5.1322e-15	3.4385e-14
Ambodivona_35kV(1)	2	34.7367	-19.7535	0	6	0	0	-4.0579e-13	6.0000
Ambodivona_35kV(2)	3	34.7579	-19.9940	0	0	31.3800	16.3200	-31.3800	-16.3200
Ambodivona_5kV(1)	4	4.7468	-22.5252	0	0	0	0	0	0
Ambodivona_5kV(2)	5	4.1883	-31.4395	0	0	19.0100	11.7900	-19.0100	-11.7900
Ambohimanambola_138kV	6	134.8711	0.6544	0	0	0	0	-5.8089e-13	2.2157e-12
Ambohimanambola_63kV(1)	7	62.3467	7.3364	0	0	0	0	-2.7897e-13	-3.5917e-14
Ambohimanambola_63kV(2)	8	59.0986	-0.9679	0	0	0	0	-2.7961e-14	-8.2857e-14
Ambohimanambola_63kV(3)	9	61.3409	1.5034	0	0	0	0	6.3990e-15	4.1541e-13
Ambohimanambola_20kV(1)	10	13.3277	-20.7289	0	0	21.7500	13.4800	-21.7500	-13.4800
Ambohimanambola_20kV(2)	11	19.3800	-1.0511	0	3	0	0	1.4745e-16	3.0000
Ambohimanambola_Aggreko	12	11	9.9658	25	5	0	0	25.0000	5.2269
Ambohimanambola_CTA2-AKSAF	13	11	12.1083	25	5	0	0	25.0000	5.1262
Ambohimanambola_11kV	14	10.7103	1.5034	0	0	0	0	0	0
Ambohimanambola_AKSAF-POWER	15	11	7.9168	60	15	0	0	60.0000	15.2966
TanaOuest_35kV	16	34.6906	-19.6949	0	3	21.8500	13.5400	-21.8500	-10.5400
TanaOuest_5kV(1)	17	4.9558	-19.6949	0	0	0	0	0	0
TanaOuest_5kV(2)	18	4.2050	-30.5934	0	0	11.1500	6.9100	-11.1500	-6.9100
TanaOuest_5kV(3)	19	4.9558	-19.6949	0	0	0	0	0	0
Ambohijatovo_35kV	20	34.7885	-19.6887	0	3	0	0	1.2476e-13	3.0000
Ambohijatovo_5kV(1)	21	4.9698	-19.6887	0	0	0	0	0	0

Ambohijatovo_5kV(2)	22	4.9698	-19.6887	0	0	0	0	0	0
Ambohijatovo_5kV(3)	23	3.4338	-40.0152	0	0	17.5200	10.8700	-17.5200	-10.8700
Ambohijatovo_5kV(4)	24	4.9698	-19.6887	0	0	0	0	0	0
Ambohijatovo_5kV(5)	25	4.9698	-19.6887	0	0	0	0	0	0
Mandroseza_35kV	26	35.0000	-19.3931	40	6	1.9000	-112	38.1000	117.5667
Mandroseza_5kV(1)	27	5.0000	-19.3931	0	0	0	0	0	0
Mandroseza_5kV(2)	28	4.1809	-31.0256	0	0	12.5500	7.7800	-12.5500	-7.7800
Mandroseza_5kV(3)	29	5.0000	-19.3931	0	0	0	0	0	0
TanaSud_63kV	30	60.3105	-7.8321	0	0	0	0	-1.3904e-14	-1.0108e-13
TanaSud_35kV(1)	31	34.9107	-18.9572	0	0	0	0	-2.6812e-13	9.2096e-14
TanaSud_35kV(2)	32	34.7542	-19.4614	0	0	10.5000	6.5100	-10.5000	-6.5100
TanaSud_20kV	33	18.0191	-15.0565	0	6	23.4900	14.5900	-23.4900	-8.5900
Antsirabe_63kV	34	62.8404	4.2688	0	0	0	0	-8.4408e-14	1.1308e-12
Antsirabe_20kV(1)	35	19.3311	3.6449	0	0	12.9000	7.9900	-12.9000	-7.9900
Antsirabe_20kV(2)	36	20.0192	2.8544	0	6	0	0	9.4369e-15	6.0000
Antsirabe_5kV(1)	37	5	7.6537	7	3	0	0	7.0000	3.2813
Antsirabe_5kV(2)	38	5	8.8723	4.2000	1	0	0	4.2000	1.3036
Antsirabe_5kV(3)	39	4.5240	-3.8087	0	0	5.1800	3.2100	-5.1800	-3.2100
Mandraka_63kV	40	62.3123	11.7889	0	0	0	0	7.1018e-15	1.8096e-13
Mandraka_30kV(1)	41	28.7552	8.7368	0	0	2.7000	1.3000	-2.7000	-1.3000
Mandraka_30kV(2)	42	29.6725	11.7889	0	0	0	0	-1.3609e-14	-2.0789e-14
Mandraka3.2kV(1)	43	3.2000	15.4781	6	1	0	0	6.0000	0.8838
Mandraka3.2kV(2)	44	3.2000	15.4781	6	1	0	0	6.0000	0.8838
Mandraka3.2kV(3)	45	3.2000	15.4781	6	1	0	0	6.0000	0.8838
Mandraka3.2kV(4)	46	3.2000	15.4781	6	1	0	0	6.0000	0.8838
Antelomita_35kV	47	35	-18.7285	8.1600	0	0.1900	0.1100	7.9700	-0.1380
Andekaleka_138kV	48	138	0	-109	82	0	0	-108.7155	81.7494
Andekaleka_G1	49	13.8000	3.6382	29	-1	0	0	29.0000	-0.8202
Andekaleka_G2	50	13.8000	3.6382	29	-1	0	0	29.0000	-0.8202
Andekaleka_G3	51	13.8000	3.3438	33.2000	-1	0	0	33.2000	-0.9676
TanaNord_138kV	52	134.5344	0.5002	0	0	0	0	3.1094e-13	-3.8765e-12
TanaNord_20kV(1)	53	18.4370	-3.3367	0	0	48.9200	30.3200	-48.9200	-30.3200
TanaNord_20kV(2)	54	19.4793	0.1131	0	3	0	0	3.8261e-15	3.0000
TanaNord_35kV	55	33.6929	-0.8535	0	0	4.8800	3.0200	-4.8800	-3.0200
Ambatolampy_63kV	56	62.2227	3.8963	0	0	0	0	-1.1202e-12	-7.6299e-14
Ambatolampy_20kV(1)	57	19.0212	0.0770	0	0	4.7900	2.2400	-4.7900	-2.2400
Ambatolampy_20kV(2)	58	19.7533	3.8963	0	0	0	0	0	0
TacJovena_63kV	59	62.3657	7.5385	0	0	0	0	-2.9427e-13	2.0896e-12
TacJovena_11kV(1)	60	11.0000	11.7595	20	3	0	0	20.0000	2.6787
TacJovena_11kV(2)	61	11.0000	11.7595	20	3	0	0	20.0000	2.6787
PosteBehenjy_63kV	62	62.0879	3.5383	0	0	0	0	-2.7957e-13	-1.7287e-14
Tsiazompaniry_63kV	63	62.1434	3.6308	0	0	0	0	8.9520e-14	1.1102e-13
Tsiazompaniry_20kV	64	20.0000	5.5336	5	2	0	0	5.0000	1.9079
Ihazolava_63kV	65	62.2224	3.9232	0	0	0	0	4.3535e-13	-1.4425e-11
Ihazolava_20kV	66	20.0000	11.6348	20	2	0	0	20	2.3334
Sahanivotry_63kV	67	63.0000	4.4133	15	13	0	0	15.0000	13.4125
Manandona_20kV	68	20	2.9380	1.6000	-1	0	0	1.6000	-1.0731

Les puissances et courants transités sont présentés en annexe. Notons qu'avec la méthode de résolution numérique de Newton-Raphson, le calcul converge à seulement 7 itérations, avec un temps de calcul de 3,5 secondes. Avec cette méthode, les résultats sont donc plus proches de la réalité en régime permanent.

4.7 Conclusion

Pour conclure, rappelons que l'objectif du calcul numérique de la répartition des puissances ou Load Flow est de déterminer les tensions et puissances au niveau de chaque nœud du réseau ainsi que les puissances et courants transités (ou bien les pertes) dans chaque branche. Pour parvenir à cet objectif, différentes étapes sont utiles dont la préparation des données du réseau, la conversion des grandeurs en système réduit per-unit, l'établissement de la matrice des admittances, et la détermination des inconnues soit avec la méthode de Gauss-Seidel, soit avec celle de Newton-Raphson. On a vu dans ce chapitre les organigrammes bien détaillés de chacune de ces étapes.

Le programme conçu avec Matlab GUIDE a été testé avec un exemple simple de réseau maillé à 4 nœuds, composé de 2 transformateurs et 2 lignes. Les résultats sont différents de 10^{-1} près avec ceux obtenus par simulation sur le logiciel Power World. Cet exemple nous a montré la rapidité de convergence du problème Load Flow avec la méthode de Newton-Raphson (4 itérations seulement). La différence du temps de calcul et la précision, entre les deux méthodes numériques, sont négligeables pour des réseaux moins grands.

L'efficacité de la méthode de Newton-Raphson a été prouvée en appliquant le réseau interconnecté d'Antananarivo (RIA) avec notre programme. Le problème Load Flow de ce réseau répartie en 68 nœuds a été résolu avec seulement 7 itérations dans 3,5 secondes, tandis qu'aucune convergence n'a été signalée avec Gauss-Seidel (plus de 500 itérations).

Pour le cas de la ligne 138kV qui relie Andekaleka (48^{ème} nœud) et Ambohimambola (6^{ème} nœud), les contraintes de tension et courant sont respectées, et la puissance transitée 23,4MW est au dessous de la limite 110MW. Cependant, la ligne 63kV d'Ambohimambola (9^{ème} nœud) – Tana Sud (30^{ème} nœud) présente une surcharge vue que la puissance transitée 101,6MW dépasse la normale 58MW. Ainsi, les résultats Load Flow obtenus nous permettront de déterminer le comportement du réseau, les chutes de tensions, les lignes surchargées et les diverses contraintes non respectées.

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

En guise de conclusion, nous avons vu dans ce mémoire plusieurs points importants dont le premier était le concept et le fonctionnement général d'un réseau d'énergie électrique. Un réseau électrique, qu'il soit petit ou grand, est basé sur 3 principes : produire, transporter et distribuer l'énergie électrique.

Selon la localisation des centres de productions et points de consommation, un réseau peut avoir plusieurs topologies mais celle qui nous intéresse c'est le réseau de type maillé. En effet, ce dernier bien qu'il favorise l'objectif de décentralisation des centres de production, présente également un avantage très important dont la possibilité à modifier le cheminement de l'énergie pour résoudre certains incidents.

Toute étude en réseau électrique a pour but d'assurer la stabilité du réseau, une tâche qui est, pratiquement assurée par les équipes du centre de dispatching, et théoriquement assurée par les chercheurs scientifiques dans le secteur.

Le deuxième point c'est la compréhension des modèles mathématiques de base des composants d'un réseau électrique, théorie utile pour toute recherche dans le domaine. On a vu que le modèle unifilaire est la plus efficace pour l'étude d'un réseau électrique, offrant une meilleure vue du réseau même si celui-ci est composé de plusieurs nœuds. On a également démontré la simplicité de la manipulation des grandeurs en système per-unit, réduisant la mémoire de calcul qui devient importante plus le réseau est grand.

Dans les troisièmes et quatrièmes points, nous avons entamé le cœur de ce mémoire qui est le calcul numérique des répartitions des puissances ou Load Flow. Le problème a été expliqué mathématiquement et résolu avec deux méthodes numériques : Gauss-Seidel et Newton-Raphson. L'application avec un exemple simple de réseau et la comparaison des résultats avec un logiciel existant (Power World) nous a donnée une légère différence de 10^{-1} près, et d'en déduire que la méthode de Newton-Raphson est la plus efficace vue sa rapidité de convergence.

Le programme numérique conçu nous a permis d'obtenir l'état du réseau interconnecté d'Antananarivo dont les courants, les tensions, les puissances au niveau de chaque nœud et dans chaque branche du réseau. Ces derniers nous a permis par exemple de déterminer que la ligne d'Ambohimambola – Tanà Sud présente une surcharge. Ces données permettront à l'équipe de dispatching de déterminer la nouvelle consigne de réglage pour les machines afin d'assurer la stabilité du réseau et la continuité du service. Cela prouve que même sans être doté de capteurs intelligents, un réseau électrique peut être pilotable dynamiquement pour éviter tout incident technique et pour affronter les aléas climatiques.

La maîtrise des algorithmes et codes sources du programme nous permettra dans l'avenir de personnaliser les méthodes pour la résolution d'un problème plus complexe et d'optimiser les résultats en agissant sur certains paramètres ou bien en intégrant d'autre méthode comme l'intelligence artificielle.

ANNEXES

Annexe 1 : Matrice des admittances avec la méthode des nœuds indépendants

Le principe consiste tout d'abord à transformer chaque source de tension en source de courant par le principe de la dualité.

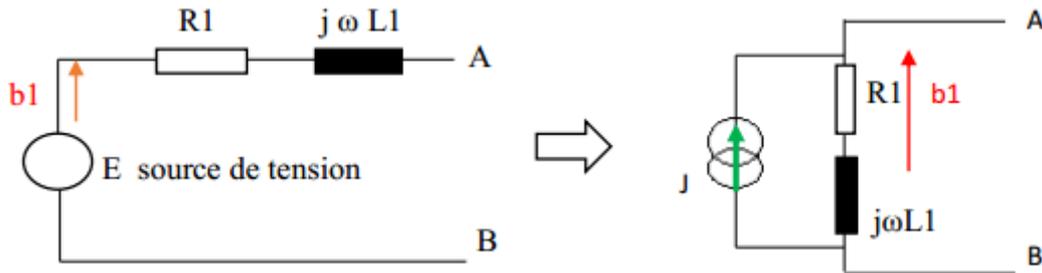


Figure A1-1 : Principe de la dualité

Notons que la source de courant « J » ne constitue pas une branche.

$$J = \frac{E}{R1 + j\omega L1} \tag{A1-1}$$

On choisit arbitrairement l'orientation de chaque branche. On numérote ensuite les nœuds et on choisit arbitrairement un nœud de référence. La méthode consiste à calculer la différence de potentiel des (n-1) nœuds. Prenons un exemple :

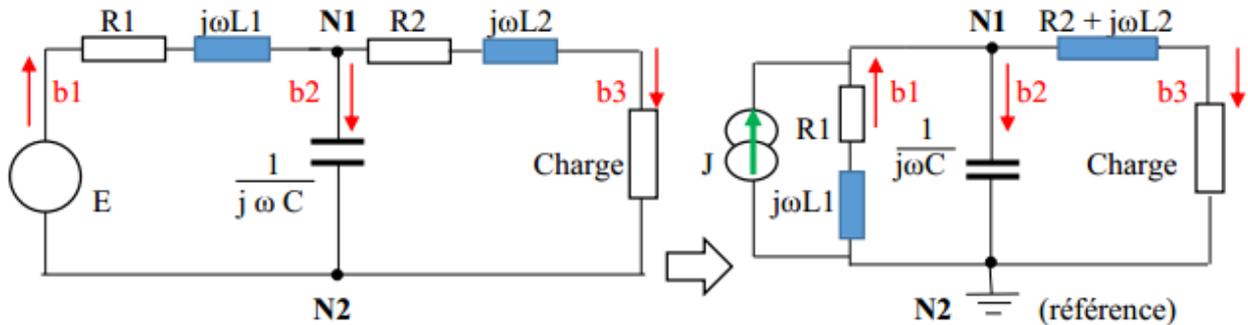


Figure A1-2 : Exemple élaboration matrice des admittances avec la méthode des nœuds indépendants

Matrice d'incidence des nœuds [A] :

$$A = \begin{pmatrix} b1 & b2 & b3 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} N1 \\ N2 \end{matrix} \text{ matrice } (n \times b) \tag{A1-2}$$

- 1 si l'orientation de la branche entre au nœud ;
- +1 si l'orientation de la branche sort du nœud ;
- 0 si la branche et le nœud ne sont pas connectés.

Matrice des admittances des branches [Yb] :

$$Y_b = \begin{pmatrix} Y1 & 0 & 0 \\ 0 & Y2 & 0 \\ 0 & 0 & Y3 \end{pmatrix} \text{ matrice diagonale } (b \times b) \quad Y = \frac{1}{Z} \tag{A1-3}$$

Matrice admittance des nœuds [Y_n] :

$$Y_n = A \cdot Y_b \cdot A^T \quad \text{matrice de dimension (n x n)} \quad (A1-4)$$

On remarque que dans les éléments diagonaux sont :

$$Y_{ii} = \sum_{k=1}^b Y_{ik} \quad (A1-5)$$

Y_{ik} sont les admittances de toutes les branches liées au nœud i .

La matrice Y_n est symétrique et les éléments hors diagonaux sont les admittances entre les nœuds i et k portant le signe négatif.

Annexe 2 : Extraits de code du programme Load Flow

Fichier « conversion_pu.m » :

```
function pushbutton_Ok_base_Callback(hObject, eventdata, handles)
%Variables
global puissance_base;tension_base; %en [kV]
global impedance_base;list_noeud_zone;impedance_transfo_pu;
global impedance_ligne_pu;donnees_noeud_pu;
%Puissance_base
puissance_base(1) = str2double(get(handles.edit_Sbase,'String')); %S_base
[MVA]
puissance_base(2) = str2double(get(handles.edit_Pbase,'String')); %P_base
[MW]
puissance_base(3) = str2double(get(handles.edit_Qbase,'String')); %Q_base
[MVar]
puissance_base
% lire les données enregistrées dans fichier.mat
load('insertion_donnees/list_nom_noeud.mat');
load('insertion_donnees/donnees_noeud.mat');
load('insertion_donnees/list_nom_ligne.mat');
load('insertion_donnees/donnees_ligne.mat');
load('insertion_donnees/list_nom_transfo.mat');
load('insertion_donnees/donnees_transfo.mat');
%Obtenir nombre de zone
nb_zone = max(list_noeud_zone(:,2))
%Obtenir nombre noeud
size_list_nom_noeud = size(list_nom_noeud)
nb_noeud = size_list_nom_noeud(1,2)
%Obtenir nombre ligne
size_list_nom_ligne = size(list_nom_ligne)
nb_ligne = size_list_nom_ligne(1,2)
%Obtenir nombre transfo
size_list_nom_transfo = size(list_nom_transfo)
nb_transfo = size_list_nom_transfo(1,2)
%Obtenir tension de base par zone
for t=1:nb_zone
    tension_base(t,1)=t;
    tension_base(t,2)=0;
end
for t=1:nb_transfo
    nd_dep_T = donnees_transfo(t,1);
    nd_arr_T = donnees_transfo(t,2);
    Vprim_T = donnees_transfo(t,6);
    Vsec_T = donnees_transfo(t,7);
    num_zone_dep = list_noeud_zone(nd_dep_T,2);
    num_zone_arr = list_noeud_zone(nd_arr_T,2);
    Vb_dep = tension_base(num_zone_dep,2);
    Vb_arr = tension_base(num_zone_arr,2);
    if Vb_dep==0
        tension_base(num_zone_dep,2)=Vprim_T;
    end
    Vb1=tension_base(num_zone_dep,2);
    if Vb_arr==0
        Vb2 = Vb1*(Vsec_T/Vprim_T);
        tension_base(num_zone_arr,2)=Vb2;
    end
end
end
tension_base
%Obtenir impédance de base par zone
for t=1:nb_zone
    impedance_base(t,1)=tension_base(t,1);
```

```

    imp=( ( (tension_base(t,2))*1000 )^2 ) / ( ( puissance_base(1) )*1000000
);
    impedance_base(t,2)=imp;
end
impedance_base
%Convertir les impédances en per unit
%Transfo
for t=1:nb_transfo
    %récupérer données transfo
    nd_dep_T = donnees_transfo(t,1);
    nd_arr_T = donnees_transfo(t,2);
    S_T = donnees_transfo(t,3);
    R_T = donnees_transfo(t,4);
    X_T = donnees_transfo(t,5);
    Vprim_T = donnees_transfo(t,6);
    Vsec_T = donnees_transfo(t,7);
    %convertir R[ohm]et X[ohm] en p.u
    Z_T_base=( ( (Vprim_T)*1000 )^2 ) / ( ( S_T )*1000000 );
    Z_T = R_T + j*X_T;
    Z_T_pu = Z_T/Z_T_base;
    %changement de base
    num_zone = list_noeud_zone(nd_dep_T,2);
    Vb_nouv = tension_base(num_zone,2);
    Z_T_nouv = Z_T_pu*( (Vprim_T)^2)/((Vb_nouv)^2)
)* (puissance_base(1)/S_T);
    impedance_transfo_pu(t,1)=nd_dep_T;
    impedance_transfo_pu(t,2)=nd_arr_T;
    impedance_transfo_pu(t,3)=real(Z_T_nouv);%R transfo en pu
    impedance_transfo_pu(t,4)=imag(Z_T_nouv);%X transfo en pu
end
impedance_transfo_pu
%Ligne
for t=1:nb_ligne
    nd_dep_L = donnees_ligne(t,1);
    nd_arr_L = donnees_ligne(t,2);
    R_L = donnees_ligne(t,3);
    X_L = donnees_ligne(t,4);
    Ys2_L = donnees_ligne(t,5);
    L_L = donnees_ligne(t,6);
    Z_L = (R_L*L_L) + j*(X_L*L_L);
    num_zone = list_noeud_zone(nd_dep_L,2);
    Zb = impedance_base(num_zone,2);
    Z_L_nouv = Z_L/Zb;
    Yb = 1/Zb;
    Ys2_L_nouv = (Ys2_L*(1e-6)*L_L)/Yb;
    impedance_ligne_pu(t,1)=nd_dep_L;
    impedance_ligne_pu(t,2)=nd_arr_L;
    impedance_ligne_pu(t,3)=real(Z_L_nouv);%R ligne en pu
    impedance_ligne_pu(t,4)=imag(Z_L_nouv);%X ligne en pu
    impedance_ligne_pu(t,5)=Ys2_L_nouv;%Ysh/2 ligne en pu
end
impedance_ligne_pu
%Convertir donnees_noeud en pu
for t=1:nb_noeud
    num_zone = list_noeud_zone(t,2);
    Vb = tension_base(num_zone,2);
    donnees_noeud_pu(t,1)=donnees_noeud(t,1); %numero noeud
    donnees_noeud_pu(t,2)=donnees_noeud(t,2)/Vb; %V en pu
    donnees_noeud_pu(t,3)=donnees_noeud(t,3); %Angle en [Deg]
    donnees_noeud_pu(t,4)=donnees_noeud(t,4)/puissance_base(2); %Pgen en pu
    donnees_noeud_pu(t,5)=donnees_noeud(t,5)/puissance_base(3); %Qgen en pu
    donnees_noeud_pu(t,6)=donnees_noeud(t,6)/puissance_base(2); %Pch en pu
    donnees_noeud_pu(t,7)=donnees_noeud(t,7)/puissance_base(3); %Qch en pu

```

```

end
donnees_noeud_pu
%Affichage résultats
t=handles.uitable_noeud_pu;
columnname = {'N°noeud', 'V[pu]', 'Angle[Deg]', 'Pgen[pu]', 'Qgen[pu]',
'Pch[pu]', 'Qch[pu]'};
rowname = list_nom_noeud;
set(t, 'Data', donnees_noeud_pu, 'ColumnWidth', {80}, 'ColumnName',
columnname, 'RowName', rowname);
t=handles.uitable_ligne_pu;
columnname = {'Départ Ligne', 'Arrivé Ligne', 'R[pu]', 'X[pu]', 'Ysh/2[pu]'};
rowname = list_nom_ligne;
set(t, 'Data', impedance_ligne_pu, 'ColumnWidth', {80}, 'ColumnName',
columnname, 'RowName', rowname);
t=handles.uitable_transfo_pu;
columnname = {'Départ Transfo', 'Arrivé Transfo', 'R[pu]', 'X[pu]'};
rowname = list_nom_transfo;
set(t, 'Data', impedance_transfo_pu, 'ColumnWidth', {80}, 'ColumnName',
columnname, 'RowName', rowname);

```

Fichier « matrice_admittance.m » :

```

function pushbutton_actualiser_Callback(hObject, eventdata, handles)
%Variables
global impedance_transfo_pu; impedance_ligne_pu; donnees_noeud_pu; zz; ysh; Ybus;
% lire les données enregistrées dans fichier.mat
load('conversion_pu/impedance_transfo_pu.mat');
load('conversion_pu/impedance_ligne_pu.mat');
load('conversion_pu/donnees_noeud_pu.mat');
load('insertion_donnees/list_nom_noeud.mat');
load('insertion_donnees/list_nom_ligne.mat');
load('insertion_donnees/list_nom_transfo.mat');
%Obtenir nombre noeud
size_list_nom_noeud = size(list_nom_noeud)
nb_noeud = size_list_nom_noeud(1,2)
%Obtenir nombre ligne
size_list_nom_ligne = size(list_nom_ligne)
nb_ligne = size_list_nom_ligne(1,2)
%Obtenir nombre transfo
size_list_nom_transfo = size(list_nom_transfo)
nb_transfo = size_list_nom_transfo(1,2)
%Former la matrice des impédances branches "zz"
%et admittance transversale "ysh"
for z=1:nb_ligne
    dep_ligne = impedance_ligne_pu(z,1);
    arr_ligne = impedance_ligne_pu(z,2);
    r_pu = impedance_ligne_pu(z,3);
    x_pu = impedance_ligne_pu(z,4);
    ys2_pu = impedance_ligne_pu(z,5);
    zz(dep_ligne, arr_ligne) = r_pu + i*x_pu;
    zz(arr_ligne, dep_ligne) = r_pu + i*x_pu;
    ysh(dep_ligne, arr_ligne) = i*ys2_pu;
    ysh(arr_ligne, dep_ligne) = i*ys2_pu;
end
for z=1:nb_transfo
    dep_transfo = impedance_transfo_pu(z,1);
    arr_transfo = impedance_transfo_pu(z,2);
    r_pu = impedance_transfo_pu(z,3);
    x_pu = impedance_transfo_pu(z,4);
    zz(dep_transfo, arr_transfo) = r_pu + i*x_pu;
    zz(arr_transfo, dep_transfo) = r_pu + i*x_pu;
end

```

```

zz
ysh
%Matrice des admittances Ybus
for a=1:nb_noeud
    for b=1:nb_noeud
        if zz(a,b)==0
            Ybus(a,b)=0;
        else
            Ybus(a,b)=-1/zz(a,b);
        end
    end
end
end
for a=1:nb_noeud
    ysom=0;
    csom=0;
    for b=1:nb_noeud
        ysom=ysom+Ybus(a,b);
        csom=csom+ysh(a,b);
    end
    Ybus(a,a)=csom-ysom;
end
Ybus
%Affichage résultats
t=handles.uitable_Ybus;
columnname = 1:nb_noeud;
rowname = 1:nb_noeud;
set(t, 'Data', Ybus, 'ColumnWidth', {150}, 'ColumnName',
columnname, 'RowName', rowname);

```

Fichier « gauss_seidel.m » :

```

function pushbutton_OK_Callback(hObject, eventdata, handles)
global list_nom_noeud;list_noeud_PV;list_noeud_PQ;num_noeud_bilan;precision;
global acceleration;donnees_noeud_pu;donnees_noeud;
global donnees_noeud_pu_initiales;% n°noeud, V et Angle
global Ybus;p;q;v;s;index;
global resultat_donnees_noeud_pu;resultat_donnees_branche_pu;
global resultat_donnees_noeud;resultat_donnees_branche;duree;
% lire les données enregistrées dans fichier.mat
load('matrice_admittance/Ybus.mat');
load('insertion_donnees/list_nom_noeud.mat');
load('insertion_donnees/donnees_noeud.mat');
Ybus;
% récupérer données num_noeud_bilan, precision et acceleration
num_noeud_bilan = str2double(get(handles.edit_noeud_bilan, 'String'));
precision = str2double(get(handles.edit_precision, 'String'));
acceleration = str2double(get(handles.edit_acceleration, 'String'));
% Obtenir nombre noeud
size_list_nom_noeud = size(list_nom_noeud);
nb_noeud = size_list_nom_noeud(1,2)
% Obtenir nombre noeud PV
size_list_noeud_PV = size(list_noeud_PV);
nb_noeud_PV = size_list_noeud_PV(1,2)
% Obtenir nombre noeud PQ
size_list_noeud_PQ = size(list_noeud_PQ);
nb_noeud_PQ = size_list_noeud_PQ(1,2)
% initialiser p
p= ( donnees_noeud_pu(:,4) - donnees_noeud_pu(:,6) ); %Pgen-Pch
% initialiser q
q= ( donnees_noeud_pu(:,5) - donnees_noeud_pu(:,7) ); %Qgen-Qch
% initialiser v (tensions noeuds) = module * exp(i*angle_Radian)
v_a=donnees_noeud_pu_initiales(:,2);

```

```

v_b=exp(j*donnees_noeud_pu_initiales(:,3)*(pi/180));
v=v_a.*v_b
% Gauss-Seidel
tic
diff=1;
index=0;
v_prec = v;
while diff>precision & index<500
    % noeuds PQ
    for a=1:nb_noeud_PQ
        n = list_noeud_PQ(a);
        %I_n
        tmp1 = (p(n)-j*q(n))/conj(v(n));
        %somme(j=1:n;j#n) de Yij*Vj
        tmp2 = 0;
        for k=1:nb_noeud
            if(n==k)
                tmp2=tmp2+0;
            else
                tmp2=tmp2+Ybus(n,k)*v(k);
            end
        end
        % Vi(k+1)
        vt = (tmp1-tmp2)/Ybus(n,n);
        % avec accélération
        v(n) = v(n) + acceleration*(vt-v(n));
    end
    % noeuds PV
    for a=1:nb_noeud_PV
        n = list_noeud_PV(a)
        % q?
        q_n=0;
        for k=1:nb_noeud
            q_n = q_n + Ybus(n,k) * v(k);
        end
        q_n = -imag((conj(v(n)))*q_n);
        %I_n
        tmp1 = (p(n)-j*q_n)/conj(v(n));
        %somme(j=1:n;j#n) de Yij*Vj
        tmp2 = 0;
        for k=1:nb_noeud
            if(n==k)
                tmp2=tmp2+0;
            else
                tmp2=tmp2+Ybus(n,k)*v(k);
            end
        end
        % Vi(k+1)
        vt = (tmp1-tmp2)/Ybus(n,n);
        % réctification
        v(n) = abs(v(n))*vt/abs(vt);
    end
    % différence
    diff_v = v - v_prec
    diff = max(abs(diff_v))
    index=index+1;
    v_prec=v;

%     if index==1
%         pause
%     end
end

```

```

duree=toc
%-----Résultats--[pu]-----%
% nombre itérations
index
% tensions des noeuds (amplitude [pu] et angle [Deg]
v
vmod_res_pu = abs(v);
vang_res_deg = angle(v)*(180/pi);
% Puissances aux niveaux des noeuds (Si,Pi,Qi) en [pu]
for n=1:nb_noeud
    % I_n
    sm = 0;
    for k=1:nb_noeud
        sm = sm + Ybus(n,k)*v(k);
    end
    % Si=Vi.Ii*
    s(n) = v(n)*conj(sm);
end
s;
p_res_pu = real(s);
q_res_pu = imag(s);
% Courants et Puissances transitées dans les branches (Iij;Sij;Pij;Qij) en
[pu]
for n=1:nb_noeud
    for k=1:nb_noeud
        Iij(n,k)=-( v(n)-v(k) )*Ybus(n,k);
    end
end
Iij_mod_pu = abs(Iij);
% Iij_ang = angle(Iij)
for n=1:nb_noeud
    for k=1:nb_noeud
        Sij_pu(n,k) = v(n)*conj(Iij(n,k));
    end
end
Sij_pu;
Sij_mod_pu = abs(Sij_pu);
Pij_pu= real(Sij_pu);
Qij_pu= imag(Sij_pu);
% Afficher résultats
resultat_donnees_noeud_pu(:,1)=donnees_noeud_pu(:,1); %N°noeud
resultat_donnees_noeud_pu(:,2)=vmod_res_pu; %V[pu]
resultat_donnees_noeud_pu(:,3)=vang_res_deg %Angle[Deg]
resultat_donnees_noeud_pu(:,4)=donnees_noeud_pu(:,4); %Pgen[pu]
resultat_donnees_noeud_pu(:,5)=donnees_noeud_pu(:,5); %Qgen[pu]
resultat_donnees_noeud_pu(:,6)=donnees_noeud_pu(:,6); %Pch[pu]
resultat_donnees_noeud_pu(:,7)=donnees_noeud_pu(:,7); %Qch[pu]
resultat_donnees_noeud_pu(:,8)=p_res_pu'; %P[pu]
resultat_donnees_noeud_pu(:,9)=q_res_pu'; %Q[pu]
%rectifier puissance
for n=1:nb_noeud
    if resultat_donnees_noeud_pu(n,4) == 0

resultat_donnees_noeud_pu(n,4)=round(resultat_donnees_noeud_pu(n,8)+resultat_
donnees_noeud_pu(n,6));
    end
    if resultat_donnees_noeud_pu(n,5) == 0

resultat_donnees_noeud_pu(n,5)=round(resultat_donnees_noeud_pu(n,9)+resultat_
donnees_noeud_pu(n,7));
    end
    if resultat_donnees_noeud_pu(n,6) == 0

```

```

        resultat_donnees_noeud_pu(n,6)=round(resultat_donnees_noeud_pu(n,4)-
resultat_donnees_noeud_pu(n,8));
    end
    if resultat_donnees_noeud_pu(n,7) == 0
        resultat_donnees_noeud_pu(n,7)=round(resultat_donnees_noeud_pu(n,5)-
resultat_donnees_noeud_pu(n,9));
    end
end
%
k=1;
t=1;
for n=1:(nb_noeud*nb_noeud)
    resultat_donnees_branche_pu(n,1)=k; %noeud départ
    resultat_donnees_branche_pu(n,2)=t; %noeud arrivé
    resultat_donnees_branche_pu(n,3)=Pij_pu(k,t); %Pij[pu]
    resultat_donnees_branche_pu(n,4)=Qij_pu(k,t); %Qij[pu]
    resultat_donnees_branche_pu(n,5)=Sij_mod_pu(k,t); %Sij(mod)[pu]
    resultat_donnees_branche_pu(n,6)=Iij_mod_pu(k,t); %Iij(mod)[pu]
    t=t+1;
    if(t>nb_noeud)
        t=1;
        k=k+1;
    end
end
end
resultat_donnees_noeud_pu
resultat_donnees_branche_pu
%-----Résultats--[réelles]-----%
% Résultat en grandeurs réelles
load('conversion_pu/puissance_base.mat');
load('conversion_pu/list_noeud_zone.mat');
load('conversion_pu/tension_base.mat');
p_res = p_res_pu*puissance_base(2);
q_res = q_res_pu*puissance_base(3);
Sij_mod = Sij_mod_pu*puissance_base(1);
Pij= Pij_pu*puissance_base(2);
Qij= Qij_pu*puissance_base(3);
for n=1:nb_noeud
    zone = list_noeud_zone(n,2);
    Ub = tension_base(zone,2);
    vmod_res(n) = vmod_res_pu(n)*Ub;
    for k=1:nb_noeud
        Iij_mod(n,k)=Iij_mod_pu(n,k)*(puissance_base(1)/(sqrt(3)*Ub));
    end
end
end
vmod_res
Iij_mod %S en [MVA] et V en [kV] donc I en [kA]
% Iij_ang = Iij_ang*(180/pi)
% Afficher résultats
resultat_donnees_noeud(:,1)=donnees_noeud(:,1); %N°noeud
resultat_donnees_noeud(:,2)=vmod_res; %V[kV]
resultat_donnees_noeud(:,3)=vang_res_deg %Angle[Deg]
resultat_donnees_noeud(:,4)=donnees_noeud(:,4); %Pgen[MW]
resultat_donnees_noeud(:,5)=donnees_noeud(:,5); %Qgen[MVar]
resultat_donnees_noeud(:,6)=donnees_noeud(:,6); %Pch[MW]
resultat_donnees_noeud(:,7)=donnees_noeud(:,7); %Qch[MVar]
resultat_donnees_noeud(:,8)=p_res'; %P[MW]
resultat_donnees_noeud(:,9)=q_res'; %Q[MVar]
%rectifier puissance
for n=1:nb_noeud
    if resultat_donnees_noeud(n,4) == 0
resultat_donnees_noeud(n,4)=round(resultat_donnees_noeud(n,8)+resultat_donnee
s_noeud(n,6));
    end
end

```

```

    if resultat_donnees_noeud(n,5) == 0

resultat_donnees_noeud(n,5)=round(resultat_donnees_noeud(n,9)+resultat_donnees_noeud(n,7));
    end
    if resultat_donnees_noeud(n,6) == 0
        resultat_donnees_noeud(n,6)=round(resultat_donnees_noeud(n,4)-resultat_donnees_noeud(n,8));
    end
    if resultat_donnees_noeud(n,7) == 0
        resultat_donnees_noeud(n,7)=round(resultat_donnees_noeud(n,5)-resultat_donnees_noeud(n,9));
    end
end
%
k=1;
t=1;
for n=1:(nb_noeud*nb_noeud)
    resultat_donnees_branche(n,1)=k; %noeud départ
    resultat_donnees_branche(n,2)=t; %noeud arrivé
    resultat_donnees_branche(n,3)=Pij(k,t); %Pij [MW]
    resultat_donnees_branche(n,4)=Qij(k,t); %Qij [MVar]
    resultat_donnees_branche(n,5)=Sij_mod(k,t); %Sij (mod) [MVA]
    resultat_donnees_branche(n,6)=Iij_mod(k,t)*1000; %Iij (mod) [A]
    t=t+1;
    if(t>nb_noeud)
        t=1;
        k=k+1;
    end
end
end
resultat_donnees_noeud
resultat_donnees_branche
%filtrer resultat_donnees_branche
resultat_donnees_branche_brut = resultat_donnees_branche;
resultat_donnees_branche(:,:)=[];
k=1;
for n=1:(nb_noeud*nb_noeud)
    pij=resultat_donnees_branche_brut(n,3); %Pij [MW]
    qij=resultat_donnees_branche_brut(n,4); %Qij [MVar]
    sij=resultat_donnees_branche_brut(n,5); %Sij (mod) [MVA]
    iij=resultat_donnees_branche_brut(n,6); %Iij (mod) [A]
    if pij~=0 & qij~=0 & sij~=0 & iij~=0
        resultat_donnees_branche(k,:)=resultat_donnees_branche_brut(n,:);
        k=k+1;
    end
end
end
resultat_donnees_branche

%-----Afficher dans GUI résultat -----%
% par défaut afficher résultat en unité réel
t=handles.uitable_res_noeud;
columnname = {'N°noeud', 'V[kV]', 'Angle[Deg]', 'Pgen[MW]', 'Qgen[MVar]', 'Pch[MW]', 'Qch[MVar]', 'P[MW]', 'Q[MVar]'};
rowname = list_nom_noeud;
set(t, 'Data', resultat_donnees_noeud, 'ColumnWidth', {80}, 'ColumnName', columnname, 'RowName', rowname);
t=handles.uitable_res_branche;
columnname = {'Noeud départ', 'Noeud arrivé', 'Pij[MW]', 'Qij[MVar]', 'Sij(mod) [MVA]', 'Iij(mod) [A]'};
set(t, 'Data', resultat_donnees_branche, 'ColumnWidth', {120}, 'ColumnName', columnname);
set(handles.text_nb_iter, 'String', index);

```

```
set(handles.text_duree, 'String', duree);
```

Fichier « newton_raphson.m » :

```
function pushbutton_OK_Callback(hObject, eventdata, handles)
global list_nom_noeud;list_noeud_PV;list_noeud_PQ;num_noeud_bilan;
global precision;donnees_noeud_pu;donnees_noeud;
global donnees_noeud_pu_initiales;% n°noeud, V et Angle
global Ybus; p; q; v; s; index;
global resultat_donnees_noeud_pu;resultat_donnees_branche_pu;
global resultat_donnees_noeud;resultat_donnees_branche;duree;
% lire les données enregistrées dans fichier.mat
load('matrice_admittance/Ybus.mat');
load('insertion_donnees/list_nom_noeud.mat');
load('insertion_donnees/donnees_noeud.mat');
Ybus;
g=real(Ybus);
b=imag(Ybus);
Ybus_mod = abs(Ybus);
Ybus_ang = angle(Ybus);
% récupérer données num_noeud_bilan, precision et acceleration
num_noeud_bilan = str2double(get(handles.edit_noeud_bilan, 'String'));
precision = str2double(get(handles.edit_precision, 'String'));
% Obtenir nombre noeud
size_list_nom_noeud = size(list_nom_noeud);
nb_noeud = size_list_nom_noeud(1,2)
% Obtenir nombre noeud PV
size_list_noeud_PV = size(list_noeud_PV);
nb_noeud_PV = size_list_noeud_PV(1,2)
% Obtenir nombre noeud PQ
size_list_noeud_PQ = size(list_noeud_PQ);
nb_noeud_PQ = size_list_noeud_PQ(1,2)
% initialiser p
p= ( donnees_noeud_pu(:,4) - donnees_noeud_pu(:,6) ); %Pgen-Pch
% initialiser q
q= ( donnees_noeud_pu(:,5) - donnees_noeud_pu(:,7) ); %Qgen-Qch
% initialiser v (tensions noeuds) = module * exp(i*angle_Radian)
v_mod=donnees_noeud_pu_initiales(:,2);
v_ang=donnees_noeud_pu_initiales(:,3)*(pi/180);
v_b=exp(j*v_ang);
v=v_mod.*v_b;
% Newton-Raphson
tic
diff=1
index=0
while diff>precision & index<500
    %calculer Si*, Pi, Qi à partir des Vi initiales
    for n=1:nb_noeud
        temp=0;
        for k=1:nb_noeud
            %temp=temp + v_mod(n)*v_mod(k)*( g(n,k)-j*b(n,k) ) *exp(
j*(v_ang(n)-v_ang(k)) );
            %Ii
            temp = temp + Ybus(n,k)*v(k); %eq 3-22
        end
        s_conj(n)=(conj(v(n)))*temp
        pcal(n)=real(s_conj(n))
        qcal(n)=-imag(s_conj(n))
        %pcal(n)=real(temp)
        %qcal(n)=imag(temp)
    end
    % Matrice Jacobien
```

```

%J1
J1 = zeros(nb_noeud-1,nb_noeud-1);
for i=1:(nb_noeud-1)
    if i>=num_noeud_bilan
        m=i+1;
    else
        m=i;
    end
    for k=1:(nb_noeud-1)
        if k>=num_noeud_bilan
            n=k+1;
        else
            n=k;
        end
        if(n==m)
            for n=1:nb_noeud
                J1(i,k) = J1(i,k) + v_mod(m)*v_mod(n)*(-
g(m,n)*sin(v_ang(m)-v_ang(n))+b(m,n)*cos(v_ang(m)-v_ang(n)));
            end
            J1(i,k)=J1(i,k) - v_mod(m)^2*b(m,m);
        else
            J1(i,k)=v_mod(m)*v_mod(n)*(g(m,n)*sin(v_ang(m)-v_ang(n))-
b(m,n)*cos(v_ang(m)-v_ang(n)));
        end
    end
end
J1
%J2
J2 = zeros(nb_noeud-1,nb_noeud_PQ);
for i=1:(nb_noeud-1)
    if i>=num_noeud_bilan
        m=i+1;
    else
        m=i;
    end
    for k=1:nb_noeud_PQ
        n=list_noeud_PQ(k);
        if(n==m)
            for n=1:nb_noeud
                J2(i,k)=J2(i,k) + v_mod(n)*(g(m,n)*cos(v_ang(m)-v_ang(n)) +
b(m,n)*sin(v_ang(m)-v_ang(n)));
            end
            J2(i,k) = J2(i,k) + v_mod(m)*g(m,m);
        else
            J2(i,k) = v_mod(m)*(g(m,n)*cos(v_ang(m)-
v_ang(n))+b(m,n)*sin(v_ang(m)-v_ang(n)));
        end
    end
end
J2
%J3
J3 = zeros(nb_noeud_PQ,nb_noeud-1);
for i=1:nb_noeud_PQ
    m=list_noeud_PQ(i);
    for k=1:(nb_noeud-1)
        if k>=num_noeud_bilan
            n=k+1;
        else
            n=k;
        end
        if(m==n)
            for n=1:nb_noeud

```

```

        J3(i,k) = J3(i,k) + v_mod(m)*v_mod(n)*(g(m,n)*cos(v_ang(m) -
v_ang(n))+b(m,n)*sin(v_ang(m)-v_ang(n)));
        end
        J3(i,k)= J3(i,k) - v_mod(m)^2*g(m,m);
    else
        J3(i,k)= v_mod(m)*v_mod(n)*(-g(m,n)*cos(v_ang(m)-v_ang(n))-
b(m,n)*sin(v_ang(m)-v_ang(n)));
    end
end
end
J3
%J4
J4=zeros(nb_noeud_PQ,nb_noeud_PQ);
for i=1:nb_noeud_PQ
    m=list_noeud_PQ(i);
    for k=1:nb_noeud_PQ
        n=list_noeud_PQ(k);
        if(n==m)
            for n=1:nb_noeud
                J4(i,k) = J4(i,k) + v_mod(n)*(g(m,n)*sin(v_ang(m) -
v_ang(n))-b(m,n)*cos(v_ang(m)-v_ang(n)));
            end
            J4(i,k)= J4(i,k) - v_mod(m)*b(m,m);
        else
            J4(i,k)= v_mod(m)*(g(m,n)*sin(v_ang(m)-v_ang(n))-
b(m,n)*cos(v_ang(m)-v_ang(n)));
        end
    end
end
end
J4
jacob = [J1 J2;J3 J4]
%différence
diff_p = p-pcal'
diff_q = q-qcal'
k=1;
dQ=zeros(nb_noeud_PQ,1);
for i=1:nb_noeud_PQ
    num_noeud_PQ = list_noeud_PQ(i);
    dQ(k,1)=diff_q(num_noeud_PQ);
    k=k+1;
end
diff_p(num_noeud_bilan)=[];
dP = diff_p;
diff_pq=[dP;dQ]
%Correction de V_mod et V_ang
corr_v = jacob\diff_pq
corr_v_ang = corr_v(1:nb_noeud-1)
corr_v_mod = corr_v(nb_noeud:end)
%insérer dans corr les lignes noeud bilan et noeud PV
k=1;
for n=1:nb_noeud
    if n==num_noeud_bilan
        corr_v_ang_comp(n)=0;
    else
        corr_v_ang_comp(n)=corr_v_ang(k);
        k=k+1;
    end
end
corr_v_ang_comp
k=1;
for n=1:nb_noeud
    if n==num_noeud_bilan
        corr_v_mod_comp(n)=0;

```

```

else
    n_pv = 0;
    for t=1:nb_noeud_PV
        num_noeud_PV=list_noeud_PV(t);
        if n==num_noeud_PV
            n_pv=1;
        end
    end
    if n_pv==0
        corr_v_mod_comp(n)=corr_v_mod(k);
        k=k+1;
    else
        corr_v_mod_comp(n)=0;
    end
end
end
end
corr_v_mod_comp
%nouvelle valeur de v_mod et v_ang et v
v_ang=v_ang+corr_v_ang_comp'
v_mod=v_mod+corr_v_mod_comp'
v_b=exp(j*v_ang);
v=v_mod.*v_b;
%vérifier diff
diff=max(abs(diff_pq))
index=index+1
%     if index==1
%         pause
%     end
end
duree=toc
%-----Résultats--[pu]-----%
%nombre itérations
index
% tensions des noeuds (amplitude [pu] et angle [Deg]
v
vmod_res_pu = abs(v);
vang_res_deg = angle(v)*(180/pi);
% Puissances aux niveaux des noeuds (Si,Pi,Qi) en [pu]
for n=1:nb_noeud
    % I_n
    sm = 0;
    for k=1:nb_noeud
        sm = sm + Ybus(n,k)*v(k);
    end
    % Si=Vi.Ii*
    s(n)= v(n)*conj(sm);
end
s;
p_res_pu = real(s);
q_res_pu = imag(s);
% Courants et Puissances transitées dans les branches (Iij;Sij;Pij;Qij) en
[pu]
for n=1:nb_noeud
    for k=1:nb_noeud
        Iij(n,k)=-( v(n)-v(k) )*Ybus(n,k);
    end
end
Iij_mod_pu = abs(Iij);
% Iij_ang = angle(Iij)
for n=1:nb_noeud
    for k=1:nb_noeud
        Sij_pu(n,k)= v(n)*conj(Iij(n,k));
    end
end

```

```

end
Sij_pu;
Sij_mod_pu = abs(Sij_pu);
Pij_pu= real(Sij_pu);
Qij_pu= imag(Sij_pu);
% Afficher résultats
resultat_donnees_noeud_pu(:,1)=donnees_noeud_pu(:,1); %N°noeud
resultat_donnees_noeud_pu(:,2)=vmod_res_pu; %V[pu]
resultat_donnees_noeud_pu(:,3)=vang_res_deg %Angle[Deg]
resultat_donnees_noeud_pu(:,4)=donnees_noeud_pu(:,4); %Pgen[pu]
resultat_donnees_noeud_pu(:,5)=donnees_noeud_pu(:,5); %Qgen[pu]
resultat_donnees_noeud_pu(:,6)=donnees_noeud_pu(:,6); %Pch[pu]
resultat_donnees_noeud_pu(:,7)=donnees_noeud_pu(:,7); %Qch[pu]
resultat_donnees_noeud_pu(:,8)=p_res_pu'; %P[pu]
resultat_donnees_noeud_pu(:,9)=q_res_pu'; %Q[pu]
%rectifier puissance
for n=1:nb_noeud
    if resultat_donnees_noeud_pu(n,4) == 0
resultat_donnees_noeud_pu(n,4)=round(resultat_donnees_noeud_pu(n,8)+resultat_
donnees_noeud_pu(n,6));
    end
    if resultat_donnees_noeud_pu(n,5) == 0

resultat_donnees_noeud_pu(n,5)=round(resultat_donnees_noeud_pu(n,9)+resultat_
donnees_noeud_pu(n,7));
    end
    if resultat_donnees_noeud_pu(n,6) == 0
        resultat_donnees_noeud_pu(n,6)=round(resultat_donnees_noeud_pu(n,4)-
resultat_donnees_noeud_pu(n,8));
    end
    if resultat_donnees_noeud_pu(n,7) == 0
        resultat_donnees_noeud_pu(n,7)=round(resultat_donnees_noeud_pu(n,5)-
resultat_donnees_noeud_pu(n,9));
    end
end
%
k=1;
t=1;
for n=1:(nb_noeud*nb_noeud)
    resultat_donnees_branche_pu(n,1)=k; %noeud départ
    resultat_donnees_branche_pu(n,2)=t; %noeud arrivé
    resultat_donnees_branche_pu(n,3)=Pij_pu(k,t); %Pij[pu]
    resultat_donnees_branche_pu(n,4)=Qij_pu(k,t); %Qij[pu]
    resultat_donnees_branche_pu(n,5)=Sij_mod_pu(k,t); %Sij(mod)[pu]
    resultat_donnees_branche_pu(n,6)=Iij_mod_pu(k,t); %Iij(mod)[pu]
    t=t+1;
    if(t>nb_noeud)
        t=1;
        k=k+1;
    end
end
end
resultat_donnees_noeud_pu
resultat_donnees_branche_pu
%-----Résultats--[réelles]-----%
% Résultat en grandeurs réelles
load('conversion_pu/puissance_base.mat');
load('conversion_pu/list_noeud_zone.mat');
load('conversion_pu/tension_base.mat');
p_res = p_res_pu*puissance_base(2);
q_res = q_res_pu*puissance_base(3);
Sij_mod = Sij_mod_pu*puissance_base(1);
Pij= Pij_pu*puissance_base(2);
Qij= Qij_pu*puissance_base(3);

```

```

for n=1:nb_noeud
    zone = list_noeud_zone(n,2);
    Ub = tension_base(zone,2);
    vmod_res(n) = vmod_res_pu(n)*Ub;
    for k=1:nb_noeud
        Iij_mod(n,k)=Iij_mod_pu(n,k)*(puissance_base(1)/(sqrt(3)*Ub));
    end
end
vmod_res
Iij_mod %S en [MVA] et V en [kV] donc I en [kA]
% Iij_ang = Iij_ang*(180/pi)
% Afficher résultats
resultat_donnees_noeud(:,1)=donnees_noeud(:,1); %N°noeud
resultat_donnees_noeud(:,2)=vmod_res; %V[kV]
resultat_donnees_noeud(:,3)=vang_res_deg %Angle[Deg]
resultat_donnees_noeud(:,4)=donnees_noeud(:,4); %Pgen[MW]
resultat_donnees_noeud(:,5)=donnees_noeud(:,5); %Qgen[MVar]
resultat_donnees_noeud(:,6)=donnees_noeud(:,6); %Pch[MW]
resultat_donnees_noeud(:,7)=donnees_noeud(:,7); %Qch[MVar]
resultat_donnees_noeud(:,8)=p_res'; %P[MW]
resultat_donnees_noeud(:,9)=q_res'; %Q[MVar]
%rectifier puissance
for n=1:nb_noeud
    if resultat_donnees_noeud(n,4) == 0

resultat_donnees_noeud(n,4)=round(resultat_donnees_noeud(n,8)+resultat_donnees_noeud(n,6));
        end
        if resultat_donnees_noeud(n,5) == 0

resultat_donnees_noeud(n,5)=round(resultat_donnees_noeud(n,9)+resultat_donnees_noeud(n,7));
        end
        if resultat_donnees_noeud(n,6) == 0
            resultat_donnees_noeud(n,6)=round(resultat_donnees_noeud(n,4)-resultat_donnees_noeud(n,8));
        end
        if resultat_donnees_noeud(n,7) == 0
            resultat_donnees_noeud(n,7)=round(resultat_donnees_noeud(n,5)-resultat_donnees_noeud(n,9));
        end
    end
end
%
k=1;
t=1;
for n=1:(nb_noeud*nb_noeud)
    resultat_donnees_branche(n,1)=k; %noeud départ
    resultat_donnees_branche(n,2)=t; %noeud arrivé
    resultat_donnees_branche(n,3)=Pij(k,t); %Pij[MW]
    resultat_donnees_branche(n,4)=Qij(k,t); %Qij[MVar]
    resultat_donnees_branche(n,5)=Sij_mod(k,t); %Sij(mod)[MVA]
    resultat_donnees_branche(n,6)=Iij_mod(k,t)*1000; %Iij(mod)[A]
    t=t+1;
    if(t>nb_noeud)
        t=1;
        k=k+1;
    end
end
end
resultat_donnees_noeud
resultat_donnees_branche

%filtrer resultat_donnees_branche
resultat_donnees_branche_brut = resultat_donnees_branche;

```

```

resultat_donnees_branche(:,:)=[];
k=1;
for n=1:(nb_noeud*nb_noeud)
    pij=resultat_donnees_branche_brut(n,3); %Pij [MW]
    qij=resultat_donnees_branche_brut(n,4); %Qij [MVar]
    sij=resultat_donnees_branche_brut(n,5); %Sij(mod) [MVA]
    iij=resultat_donnees_branche_brut(n,6); %Iij(mod) [A]
    if pij~=0 & qij~=0 & sij~=0 & iij~=0
        resultat_donnees_branche(k,:)=resultat_donnees_branche_brut(n,:);
        k=k+1;
    end
end
resultat_donnees_branche
%-----Afficher dans GUI résultat -----%
% par défaut afficher résultat en unité réel
t=handles.uitable_res_noeud;
columnname = {'N°noeud', 'V[kV]', 'Angle[Deg]', 'Pgen[MW]', 'Qgen[MVar]',
'Pch[MW]', 'Qch[MVar]', 'P[MW]', 'Q[MVar]'};
rowname = list_nom_noeud;
set(t, 'Data', resultat_donnees_noeud, 'ColumnWidth', {80}, 'ColumnName',
columnname, 'RowName', rowname);

t=handles.uitable_res_branche;
columnname = {'Noeud départ', 'Noeud arrivé', 'Pij[MW]', 'Qij[MVar]',
'Sij(mod) [MVA]', 'Iij(mod) [A]'};
set(t, 'Data', resultat_donnees_branche, 'ColumnWidth', {120}, 'ColumnName',
columnname);
set(handles.text_nb_iter, 'String', index);
set(handles.text_duree, 'String', duree);

```

Annexe 3 : Le Réseau Interconnecté d'Antananarivo (données 2016)



Figure A3-1 : Le Réseau Interconnecté d'Antananarivo (2016) [22]

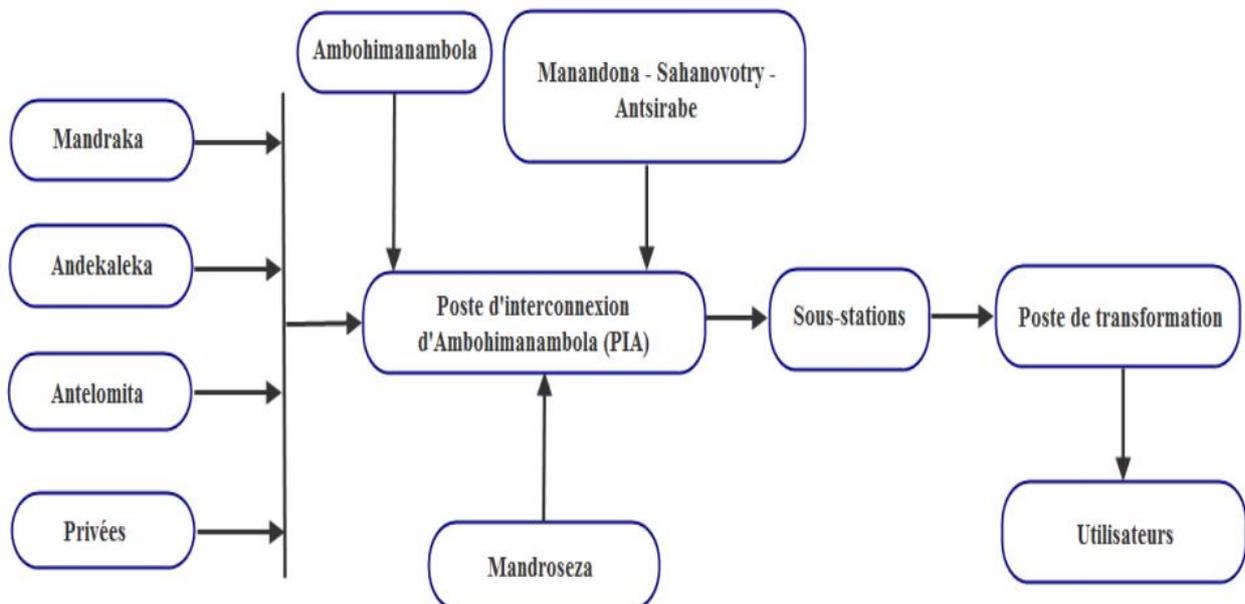


Figure A3-2 : Schéma synoptique du RIA (2016) [22]

Tableau A3-1 : Paramètres des lignes de transport du RIA (2016) [23]

Lignes	Niveau de tension [kV]	Type	Section [mm²]	Résistance R'	Réactance X'	L' [H/m]	C' [F/m]	Longueur [km]
Mandraka - Ambohimambola	60	AluAcier	228	0,003	0,0319	0,010159	1,097E-10	44,6
Ambodivona- Ambohimambola	60	AluAcier	228	0,0009	0,0319	0,010159	1,097E-10	10,8
Tsiazompaniry-Poste d'étoilement	60	AluAcier	117	0,006	0,0339	0,010796	9,42E-11	39,186
Antsirabe-Ambatolampy	60	AluAcier	228	0,008	0,0369	0,011756	1,114E-10	91,9
Tanà Sud-Ambohimambola	60	AluAcier	228	0,001	0,0319	0,010159	1,097E-10	18,152
Sahanivotry-Antsirabe	60	Almélec	117	0,002	0,0335	0,010655	1,044E-10	21
Ambodivona-Tanà Ouest	35	Cu	48	0,001	0,0366	0,011647	9,512E-11	9
Ambodivona-Ambohijatovo	35	Cu	48	0,001	0,0366	0,011647	9,512E-11	6
Ambodivona-Mandroseza	35	AluAcier	228	0,0006	0,0319	0,010159	1,097E-10	6,97
Mandroseza-Ambohijatovo	35	Almélec	181	0,0002	0,0326	0,01038	1,073E-10	2,83
Mandroseza-Ambohijatovo	35	Almélec	60	0,0002	0,0359	0,011434	9,697E-11	0,899
Antelomita-Mandroseza	35	AluAcier	181,6	0,002	0,0865	0,027554 8	3,924E-11	20,6
Tanà Sud-Mandroseza	35	AluAcier	228	0,0006	0,0319	0,010159	1,097E-10	7,435
Mandroseza-Tanà sud	35	AluAcier	228	0,0006	0,0319	0,010159	1,097E-10	7,435
Tanà sud- Tanà Ouest	35	AluAcier	228	0,0003	0,0319	0,010159	1,097E-10	4,2
Mandraka-Moramanga	35	Almélec	117	0,004	0,0898	0,028603 4	3,778E-11	30
Ambohimambola-Tanà Nord	138	AluAcier	228	0,012	0,0711	0,022638 67	4,101E-11	14,2
Andekaleka- Ambohimambola(1)	138	AluAcier	265	0,02	0,0903	0,028754 5	3,758E-11	138
Manandona-Antsirabe	20	Alu	52,4	0,0003	0,0339	0,012534	8,813E-11	10,7
Ambatolampy-AFLPower	60	AluAcier	228	0,003	0,0335	0,011756	9,42E-11	30

Tableau A3-2 : Valeurs nominales des charges dans RIA (2016) [23]

Jeu de barre	MW	Mvar	MVA	S MW	S Mvar
Tanà nord 1	33,7	20,89	39,65	33,7	20,89
Tanà nord 2	5,26	3,26	6,19	5,26	3,26
Ambodivona1	16,77	10,4	19,73	16,77	10,4
Ambodivona2	23,25	12,09	26,21	23,25	12,09
Mandroseza1	1,53	0	1,53	1,53	0
Ambohijatovo	15,8	9,8	18,59	15,8	9,8
Mandroseza2	11,81	7,32	13,9	11,81	7,32
Antelomita	0,19	0,11	0,22	0,19	0,11
Tanà Sud 1	10,16	6,3	11,95	10,16	6,3
Tanà Sud 2	24,06	14,94	28,32	24,06	14,94
Tanà OUEST 1	14,81	9,18	17,42	14,81	9,18
Tanà OUEST 2	10,81	6,7	12,72	10,81	6,7
Ambatolampy	2,95	1,83	3,47	2,95	1,83
Antsirabe 1	9,86	6,11	11,6	9,86	6,11
Antsirabe 2	4,49	2,78	5,28	4,49	2,78
Sahanivotry	3,92	2,4	4,6	3,92	2,4
Ambohimambola	17,33	10,74	20,39	17,33	10,74
Moramanga	2,08	1	2,31	2,08	1

Tableau A3-3 : Paramètres des transformateurs dans RIA (2016) [23]

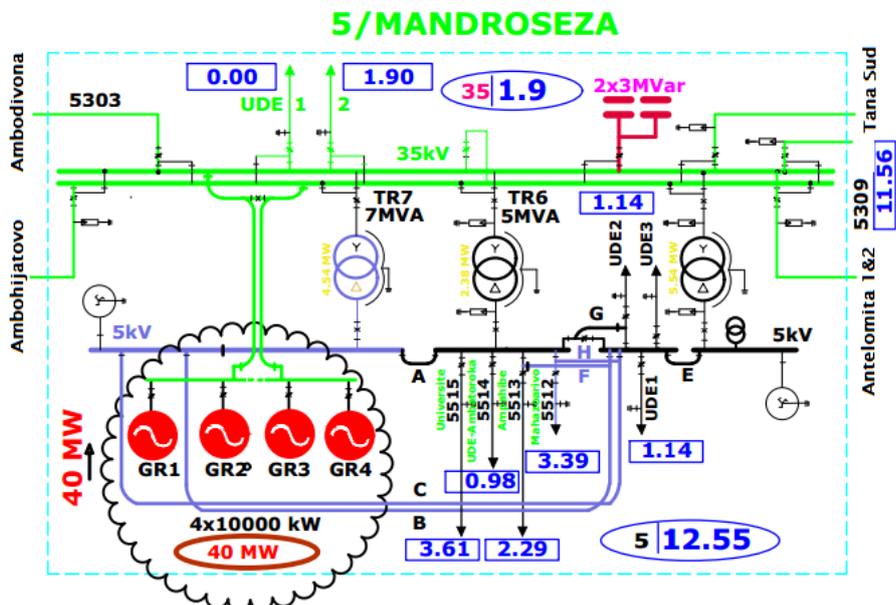
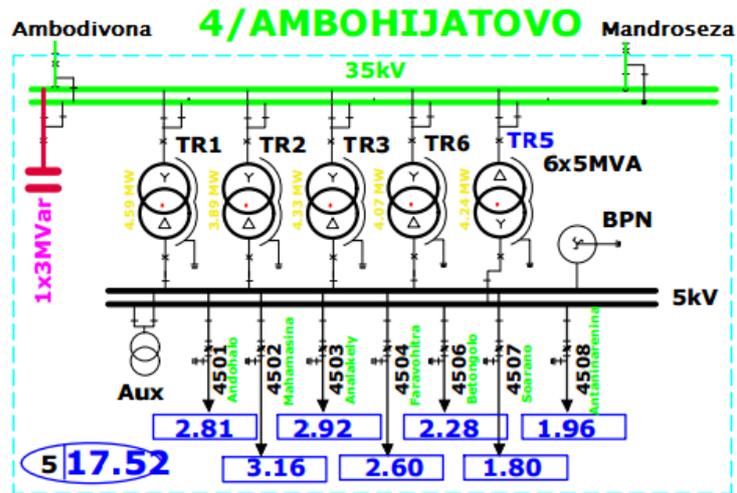
U1[kV]	U2 [kV]	rcc[pu]	xcc[pu]	go [pu]	bo [pu]	Snom [MVA]
13,8	138	0,0042	0,0699	0,0014	0	32
13,8	138	0,0042	0,0719	0,0014	0	32
3,2	63	0,0044	0,0748	0,0017	0	7,5
3,2	63	0,0044	0,0794	0,0017	0	7,5
3,2	63	0,0044	0,0802	0,0017	0	7,5
63	30	0,0044	0,0769	0,0017	0	4
63	30	0,0044	0,0195	0,0017	0	2
5	35	0,0047	0,0667	0,0021	0	1,7
2	20	0,0045	0,0498	0,0023	0	0,8
2	20	0,0045	0,0448	0,0023	0	0,8
2	20	0,0045	0,0443	0,0023	0	0,8
138	63	0,0042	0,0395	0,0014	0	30
20	63	0,0043	0,0999	0,0015	0	15
5,5	63	0,0043	0,1199	0,0015	0	15
5,5	63	0,0043	0,1399	0,0015	0	15
63	21	0,0044	0,0999	0,0016	0	10
63	21	0,0044	0,0999	0,0015	0	10
63	21	0,0043	0,0999	0,0015	0	10
63	35	0,0044	0,0277	0,0017	0	7,5
63	5	0,0043	0,0999	0,0015	0	15
35	5	0,0044	0,0851	0,0017	0	5
35	5	0,0044	0,0734	0,0017	0	5
35	5	0,0044	0,0704	0,0017	0	5
63	20	0,0044	0,0999	0,0016	0	10
63	35	0,004	0,1169	0,0014	0	25
35	5	0,0044	0,0699	0,0017	0	5
5	35	0,0033	0,0669	0,0015	0	1,7
5	35	0,0033	0,0668	0,0015	0	1,7
63	20	0,0043	0,0996	0,0015	0	15
5	20	0,0044	0,0899	0,0016	0	9,1
20	5	0,0044	0,0433	0,0019	0	2
20	5	0,0044	0,0413	0,0019	0	2

Tableau A3-4 : Résultats de la répartition des puissances sur chaque nœud du RIA (2016) avec Power World [23]

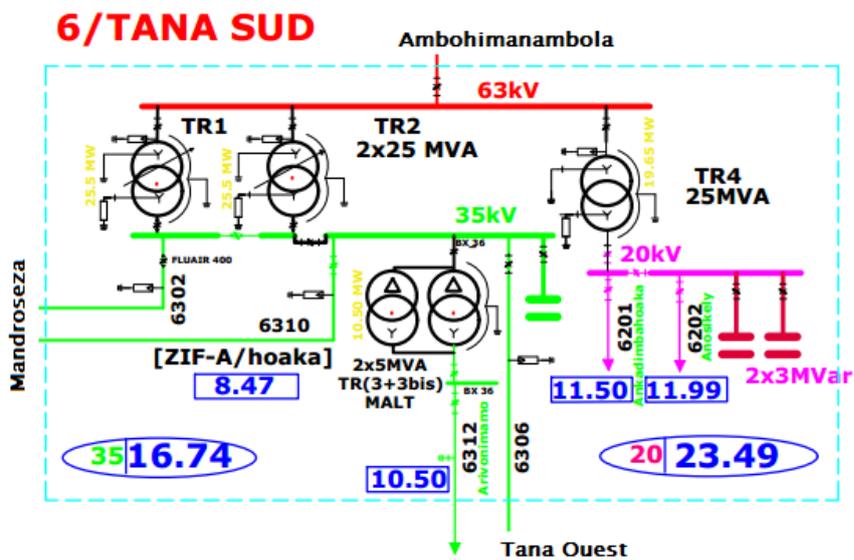
Nom du nœud	Pgen [MW]	Qgen [Mvar]	Unom[kV]	U [pu]	U [kV]	Chute de tension [%]	Angle [Deg]
Ambohimambola			63	0,94612	59,606	5,39	2,68
Mandraka (référence)	81	17,39	63	1	63	0,00	0
Andekaleka	95,4	-0,74	138	0,95192	131,364	4,81	4,91
Tanà nord	10	21,88	20	0,95044	19,009	4,96	4,08
Ambodivona			63	0,94105	59,286	5,90	2,31
Ambodivona (35kV)			35	0,93172	32,61	6,83	1,81
Mandroseza	39,36	42,69	35	0,93102	32,586	6,90	1,84
Ambohijatovo			35	0,93136	32,598	6,86	1,81
Antelomita	8,16	-0,02	35	0,93189	32,616	6,81	1,91
MAD.UTILITIES	5	2	20	0,94844	18,969	5,15	2,99
AGGREKO	26	2,33	5	0,9495	4,747	5,06	4,66
AGGREKO	20	2,19	20	0,94924	18,985	5,08	3,94
CTHFF20	19,2	2,17	20	0,94906	18,981	5,09	3,89
CTA2	25	2,3	20	0,94931	18,986	5,07	4,26
Tanà SUD			63	0,9449	59,529	5,51	2,63
Tanà OUEST			35	0,93044	32,565	6,96	1,79
Tsiazompaniry	5	1,17	20	0,94755	18,951	5,25	3,37
AFL Power			63	0,9435	59,441	5,65	3,4
Ambatolampy			63	0,93464	58,883	6,53	3,81
Antsirabe			63	0,90572	57,061	9,43	5,61
Antsirabe (20kV)	2	6,4	20	0,98931	19,786	1,07	5,31
Manandona	1,6	-0,15	20	1	20	0,00	4,5
Antsirabe (5kV)	11,2	2,81	5	0,98961	4,948	1,04	5,48
Sahanivotry	15	2,1	63	0,90585	57,069	9,41	5,87

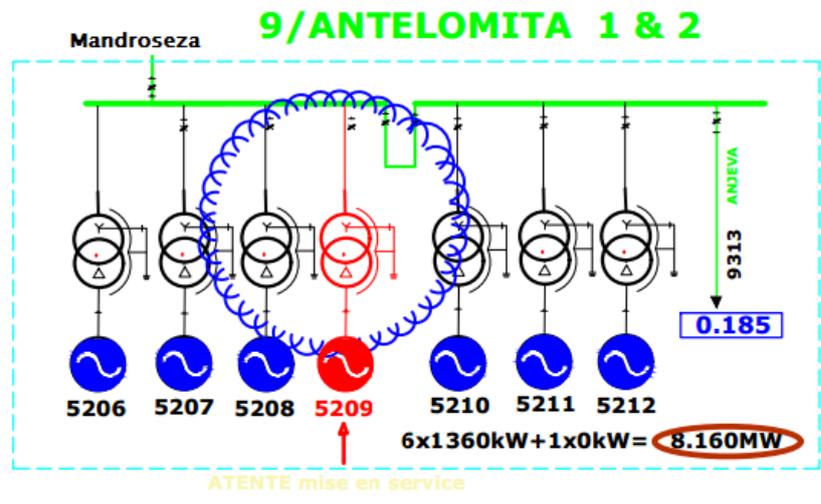
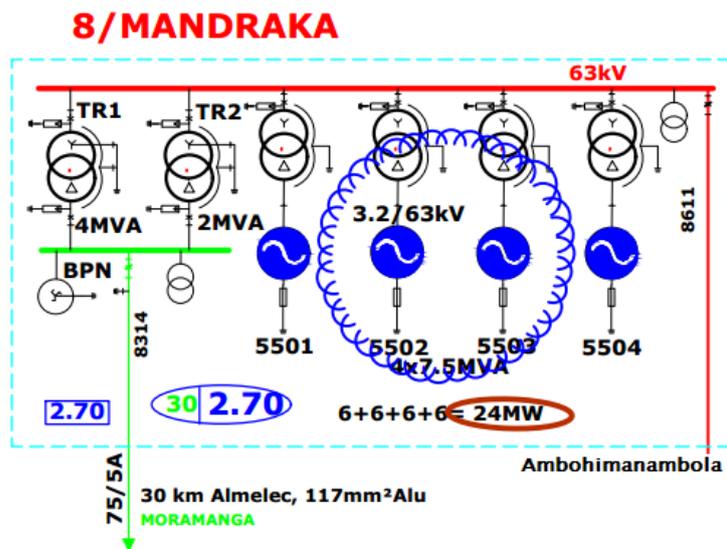
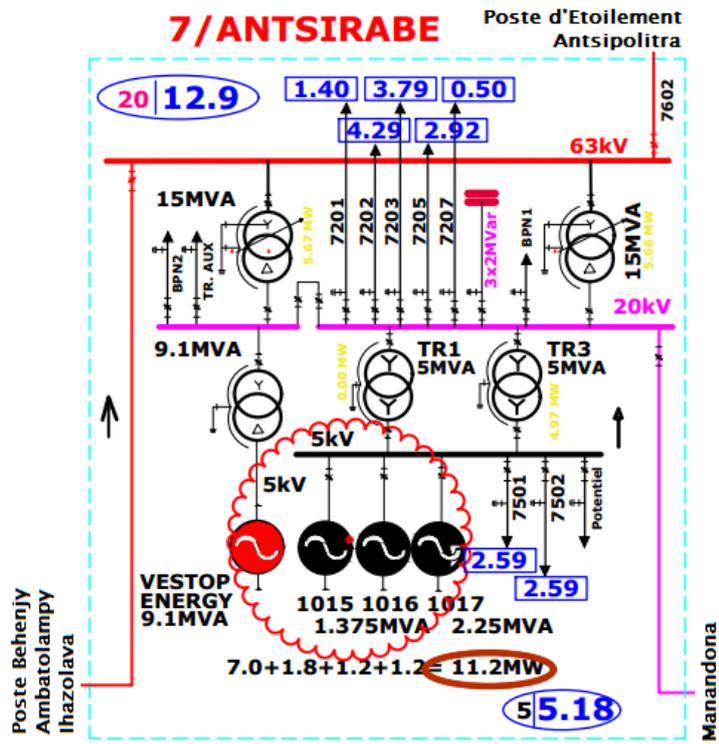
Tableau A3-5 : Pertes en ligne et pourcentage de saturation du RIA (2016) avec Power World [23]

Départ	Arrivée	Pertes MW	Pertes Mvar	% de saturation (Max)
Tanà Sud	Tanà OUEST	0,00193	0,00449	8,5
Tsiazompaniry	PE	0,00165	0,00933	0
AFL Power	Ambatolampy	0,13471	0,30066	0
Mandraka	Ambohimambola	8,7961	20,23006	90
Andekaleka	Ambohimambola	0,2798	0,64705	11
Antelomita	Mandroseza	0,00533	0,01066	1,6
Ambodivona	Ambohijatovo	0,00426	0,00401	5
PE	AFL Power	0,10694	0,23871	21,9
Ambohimambola	Tanà SUD	0,00032	0,0002	0
Ambohimambola	Ambodivona	0,0223	0,5165	10,4
Tanà Nord	Andekaleka	0,00846	0,05012	5,9
Tanà Sud	Mandroseza	0,01173	0,0309	13
Tanà Sud (Bretelle)	Mandroseza	0,00162	0,00427	4,8
Mandroseza	Ambohijatovo	0,00003	0,00441	0
Sahanivotry	Antsirabe	0,00309	0,05175	7,4
Antsirabe	Ambatolampy	0,483	1,07805	18
Ambodivona	Mandroseza	0,00008	0,00404	0
Ambohimambola	PE	0,0739	0,16495	24,2
Ambodivona	Tanà OUEST	0,00017	0,00632	0
Manandona	Antsirabe	1,19874	0,88036	27,9

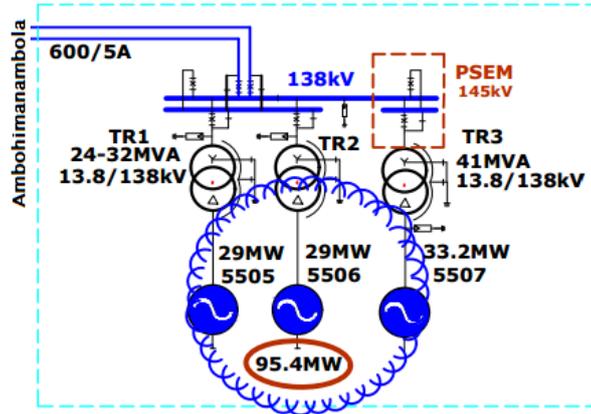


SYMBION Power

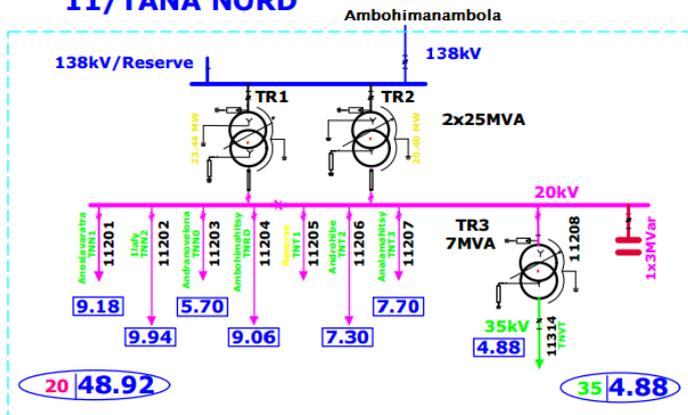




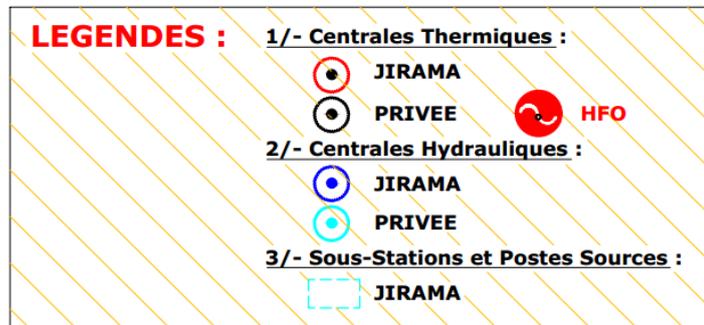
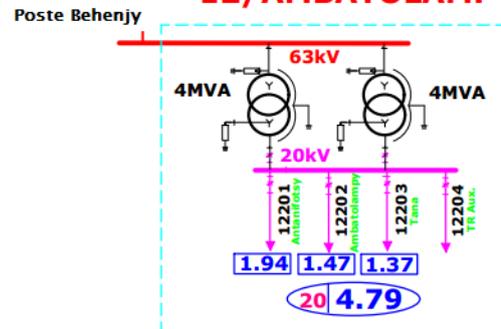
10/ANDEKALEKA



11/TANA NORD



12/AMBATOLAMPY



MINISTRE DE L'ENERGIE, DE L'EAU ET DES HYDROCARBURES JIRO SY RANO MALAGASY DIRECTION PRINCIPALE ELECTRICITE DIRECTION D' EXPLOITATION DU RESEAU INTERCONNECTE	
Vues à l'europpéenne	Titre du document
Echelle sans objet	SCHEMA UNIFILAIRE R.I TANANARIVE PUISSANCE DE POINTE DEPARTS ET POSTES [MW] PUISSANCE DE POINTE TRANSITEE LIGNES (Configuration en Exploitation normale)
1 ^{er} édition	
ETABLI DERI	
VERIFIE Mise à jour DERI	
DATE Mars 2020	
APPROUVE	Identification du Document
N° Interne	<div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;"> SU 004 </div>
	Folio/Fin 1/1
	Nb Folios 1

Figure A4-1 : Topologie et données du RIA version Mars 2020 par la JIRAMA

Annexe 5 : Résultats Load Flow du RIA avec notre programme

insertion_donnees
Insertion des données

1- Données des noeuds

Tension noeud		Puissance générée		Puissance charge		Nom noeud
V [kV]	Angle [Deg]	Pgen [MW]	Qgen [MVar]	Pch [MW]	Qch [MVar]	
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	...

	N°noeud	V[kV]	Angle[Deg]	Pgen[MW]	Qg
Ambodivona_63kV	1	63	0	0	
Ambodivona_35kV(1)	2	35	0	0	
Ambodivona_35kV(2)	3	35	0	0	

N°noeud

 Nombre des noeuds **68**

2- Données des lignes

Branche	R [ohm/km]	X [ohm/km]	Ysh/2 [uS/km]	L [km]	U [kV]	L_max [A]
1	2	3	0.0	0.0	0.0	0.0

	Départ	Arrivé	R[ohm/km]	X[ohm/km]	Ysh/2[uS/km]	L[km]	U[kV]	I_max[A]
1	2	3	0	0	0	0	35	
2	4	5	0	0	0	0	5	
3	7	8	0	0	0	0	63	

N°ligne

 Nombre des lignes **41**

3- Données des transformateurs

Branche	S [MVA]	Rcc [ohm]	Xcc [ohm]	U Primaire [kV]	U secondaire [kV]	Info Poste
1	2	0.0	0.0	0.0	0.0	P1 CAB J

	Départ	Arrivé	S[MVA]	Rcc[ohm]	Xcc[ohm]	U_prim[kV]	U_sec[kV]
1_TR1	1	2	25	0.6350	18.5590	63	35
1_TR2	1	3	25	0.6350	18.5590	63	35
1_TR9	1	4	15	1.1378	26.4335	63	

N°Transfo

 Nombre des transfo. **50**

conversion_pu
Conversion en système Per Unit

S_base [MVA]	<input type="text" value="10"/>
P_base [MW]	<input type="text" value="10"/>
Q_base [MVar]	<input type="text" value="10"/>

Noeud	Zone
1	1

	N°noeud	N°zone
1	1	2
2	2	3
3	3	3
4	4	8

	N°noeud	V[pu]	Angle[Deg]	Pgen[pu]	Qgen[pu]	Pch[pu]	Qch[pu]
Ambodivona_63kV	1	1	0	0	0	0	0
Ambodivona_35kV(1)	2	1	0	0	0.6000	0	0
Ambodivona_35kV(2)	3	1	0	0	0	3.1380	1.6320
Ambodivona_5kV(1)	4	1	0	0	0	0	0
Ambodivona_5kV(2)	5	1	0	0	0	1.9010	1.1790
Ambohimanambola_138kV	6	1	0	0	0	0	0
Ambohimanambola_63kV(1)	7	1	0	0	0	0	0
Ambohimanambola_63kV(2)	8	1	0	0	0	0	0

Départ Ligne	Arrivé Ligne	R[pu]	X[pu]	Ysh/2[pu]
1	2	3	0	0
2	4	5	0	0
3	7	8	0	0
4	8	9	0	0
5	10	11	0	0
6	13	14	0	0
7	14	15	0	0
8	17	18	0	0
9	18	19	0	0

Départ Tran...	Arrivé Trans...	R[pu]	X[pu]	
1_TR1	1	2	0.0016	0.0461
1_TR2	1	3	0.0016	0.0461
1_TR9	1	4	0.0029	0.0661
1_TR8	1	5	0.0029	0.0661
2_AT6	6	7	0.0014	0.0131
2_AT7	6	8	0.0014	0.0131
2_AT8	6	9	0.0014	0.0131
2_TR3	8	10	0.0044	0.0991
2_TR4	8	11	0.0044	0.0991

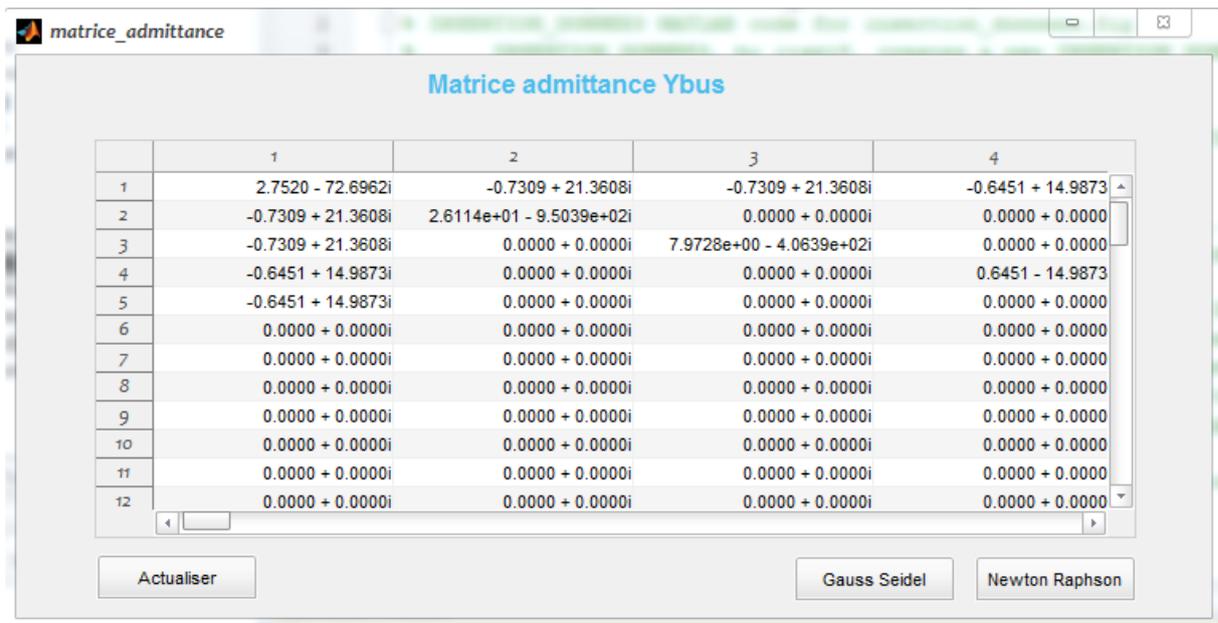


Figure A5-1 : Préparation des données pour le calcul Load Flow du RIA avec notre programme

Tableau A5-1 : Courants et puissances transités dans les branches du RIA avec Gauss-Seidel

Nœud départ	Nœud arrivé	P _{ij} [MW]	Q _{ij} [MVar]	S _{ij} [MVA]	I _{ij} [A]
1	2	-11.3776	-7.3703	13.5562	130.5830
1	3	-9.0294	-8.0310	12.0842	116.4031
1	4	0.0604	-0.2152	0.2235	2.1526
1	5	20.2388	16.0499	25.8304	248.8165
2	1	11.4101	8.3197	14.1212	235.0494
2	16	19.6989	-5.7952	20.5337	341.7865
2	20	47.1280	-47.4078	66.8472	1.1127e+03
3	1	9.0552	8.7854	12.6167	209.5255
3	26	-44.2418	-24.5676	50.6054	840.4065
4	1	-0.0604	0.2155	0.2238	27.1222
5	1	-20.0275	-11.1404	22.9175	3.1351e+03
6	7	-84.3769	5.7505	84.5727	361.1906
6	8	54.7919	9.2468	55.5667	237.3128
6	9	-12.2073	4.8166	13.1232	56.0461
6	48	23.4088	-66.0634	70.0881	299.3304
6	52	41.5228	38.9095	56.9043	243.0253
7	6	85.4204	4.0631	85.5170	791.1795
7	12	-24.9522	-3.5399	25.2021	233.1626
7	40	-21.1849	1.3173	21.2258	196.3754
7	59	-40.2527	-1.7120	40.2891	372.7436
8	6	-54.3415	-5.0104	54.5720	519.8280
8	10	-5.9235	29.6417	30.2278	287.9360
8	11	10.4077	-6.9838	12.5337	119.3901
9	6	12.2324	-4.5803	13.0618	122.7677
9	13	-24.8434	-0.2491	24.8446	233.5137
9	14	-0.2436	0.1130	0.2685	2.5237
9	15	-59.7150	-7.5693	60.1928	565.7503
9	30	101.6398	18.2753	103.2697	970.6285
9	62	-29.5849	-6.0268	30.1926	283.7788
10	8	6.3579	-19.7798	20.7765	906.9984
11	8	-10.3330	8.6793	13.4945	376.0788
12	7	24.9998	4.7254	25.4425	1.3354e+03
13	9	24.9984	4.9346	25.4808	1.3374e+03
14	9	0.2436	-0.1128	0.2685	14.4538
15	9	59.9954	14.5490	61.7342	3.2402e+03
16	2	-19.6957	5.9107	20.5635	341.7865
16	17	-0.0727	0.0686	0.1000	1.6619
16	18	-3.8317	15.1701	15.6465	260.0608

Nœud départ	Nœud arrivé	P _{ij} [MW]	Q _{ij} [MVar]	S _{ij} [MVA]	I _{ij} [A]
16	19	-0.0870	0.0838	0.1208	2.0077
16	32	-39.6798	-5.8803	40.1132	666.7219
17	16	0.0728	-0.0684	0.0999	11.6336
18	16	4.0504	-11.5214	12.2126	1.8204e+03
19	16	0.0870	-0.0836	0.1207	14.0541
20	2	-47.1057	48.2234	67.4125	1.1127e+03
20	21	0.5377	-0.3877	0.6630	10.9426
20	22	0.6195	-0.4545	0.7683	12.6811
20	23	-30.4914	35.7247	46.9678	775.2319
20	24	0.6489	-0.4791	0.8066	13.3136
20	25	0.6195	-0.4545	0.7683	12.6811
20	26	-39.9670	-2.4690	40.0432	660.9364
21	20	-0.5374	0.3952	0.6671	76.5984
22	20	-0.6189	0.4631	0.7730	88.7675
23	20	32.4349	-4.6273	32.7634	5.4266e+03
24	20	-0.6484	0.4882	0.8116	93.1951
25	20	-0.6189	0.4631	0.7730	88.7675
26	3	44.2544	25.2415	50.9469	840.4065
26	20	39.9689	2.8037	40.0671	660.9364
26	27	0.0669	-0.0042	0.0670	1.1054
26	28	-9.0928	18.5602	20.6679	340.9318
26	29	0.0554	-0.0029	0.0555	0.9150
26	31	-33.2225	13.2263	35.7585	589.8623
26	32	3.7586	35.2576	35.4573	584.8943
26	47	-7.9678	0.2305	7.9711	131.4892
27	26	-0.0669	0.0042	0.0670	7.7377
28	26	9.4687	-12.5885	15.7521	2.3865e+03
29	26	-0.0554	0.0029	0.0555	6.4050
30	9	-101.5885	-1.9093	101.6065	970.6285
30	31	38.3031	-5.5064	38.6969	369.6644
30	32	39.5908	-4.3826	39.8326	380.5139
30	33	23.6086	12.1318	26.5433	253.5632
31	26	33.2272	-12.9787	35.6720	589.8623
31	30	-38.0428	13.1148	40.2399	665.3959
32	16	39.6815	6.0589	40.1414	666.7219
32	26	-3.7540	-35.0141	35.2148	584.8943
32	30	-39.3150	12.4441	41.2374	684.9250
33	30	-23.4861	-8.5521	24.9947	798.7242
34	35	1.7779	4.5817	4.9145	45.1487
34	36	3.6734	-0.6268	3.7265	34.2346
34	56	9.6130	8.8983	13.0992	120.3392
34	67	-14.9964	-12.8591	19.7547	181.4818
35	34	-1.7709	-4.4205	4.7621	142.2185
35	37	-6.9711	-2.6866	7.4709	223.1184
35	38	-4.1575	-0.8829	4.2502	126.9324
36	34	-3.6694	0.7194	3.7393	107.8391
36	39	5.2801	4.1920	6.7418	194.4309
36	68	-1.6000	1.0885	1.9351	55.8076
37	35	7.0001	3.2768	7.7290	892.4736
38	35	4.2000	1.3015	4.3971	507.7297
39	36	-5.1803	-3.2099	6.0942	777.7236
40	7	21.2004	0.3287	21.2029	196.3754
40	41	2.7101	1.4879	3.0917	28.6343
40	42	-9.6761e-04	-9.3203e-07	9.6761e-04	0.0090
40	43	-5.9785	-0.4540	5.9957	55.5304
40	44	-5.9785	-0.4540	5.9957	55.5304
40	45	-5.9785	-0.4540	5.9957	55.5304
40	46	-5.9785	-0.4540	5.9957	55.5304
41	40	-2.6994	-1.3002	2.9962	60.1320
42	40	9.6761e-04	9.4136e-07	9.6761e-04	0.0188
43	40	6.0000	0.8466	6.0594	1.0933e+03
44	40	6.0000	0.8466	6.0594	1.0933e+03
45	40	6.0000	0.8466	6.0594	1.0933e+03
46	40	6.0000	0.8466	6.0594	1.0933e+03

Nœud départ	Nœud arrivé	P _{ij} [MW]	Q _{ij} [MVar]	S _{ij} [MVA]	I _{ij} [A]
47	26	7.9699	-0.1380	7.9711	131.4892
48	6	-23.0379	67.7363	71.5469	299.3304
48	49	-28.8895	2.6587	29.0116	121.3757
48	50	-28.8895	2.6587	29.0116	121.3757
48	51	-33.0870	2.9024	33.2141	138.9577
49	48	29.0000	-0.8202	29.0116	1.2138e+03
50	48	29.0000	-0.8202	29.0116	1.2138e+03
51	48	33.2000	-0.9676	33.2141	1.3896e+03
52	6	-41.4926	-38.7307	56.7600	243.0253
52	53	44.0472	37.6739	57.9610	248.1674
52	54	5.4660	0.0623	5.4663	23.4047
53	52	-43.5482	-33.0391	54.6628	1.7124e+03
54	52	-5.4615	-0.0211	5.4616	161.4923
54	55	4.1749	3.3125	5.3294	157.5837
55	54	-4.1706	-3.2132	5.2649	90.0478
56	34	-9.5810	-8.7510	12.9760	120.3392
56	57	4.8088	2.6519	5.4915	50.9287
56	58	4.6285e-04	-2.6550e-05	4.6361e-04	0.0043
56	62	24.7957	5.6673	25.4351	235.8854
56	65	-19.6168	0.4449	19.6218	181.9731
57	56	-4.7905	-2.2399	5.2883	160.4254
58	56	-4.6285e-04	2.6553e-05	4.6361e-04	0.0135
59	7	40.2568	1.8556	40.2995	372.7436
59	60	-19.9400	-0.9532	19.9628	184.6424
59	61	-19.9400	-0.9532	19.9628	184.6424
60	59	19.9997	2.4401	20.1480	1.0575e+03
61	59	19.9997	2.4401	20.1480	1.0575e+03
62	9	29.6863	7.1590	30.5374	283.7788
62	56	-24.7806	-5.4995	25.3836	235.8854
62	63	-5.0475	-1.5815	5.2895	49.1544
63	62	5.0492	1.5911	5.2940	49.1544
63	64	-4.9918	-1.6287	5.2507	48.7528
64	63	4.9999	1.8172	5.3199	153.5712
65	56	19.6168	-0.4359	19.6217	181.9731
65	66	-19.8839	0.4405	19.8888	184.4501
66	65	20.0000	2.2575	20.1270	581.0177
67	34	15.0005	12.9286	19.8031	181.4818
68	36	1.6000	-1.0851	1.9332	55.8076

Tableau A5-2 : Courants et puissances transités dans les branches du RIA avec Newton-Raphson

Nœud départ	Nœud arrivé	P _{ij} [MW]	Q _{ij} [MVar]	S _{ij} [MVA]	I _{ij} [A]
1	2	-10.0237	-8.1747	12.9344	124.8572
1	3	-9.1907	-8.3649	12.4274	119.9627
1	5	19.2144	16.5395	25.3525	244.7299
2	1	10.0534	9.0426	13.5218	224.7430
2	16	-3.6069	4.9704	6.1412	102.0715
2	20	-6.4465	-8.0130	10.2843	170.9322
3	1	9.2181	9.1661	12.9997	215.9329
3	26	-40.5981	-25.4861	47.9349	796.2282
5	1	-19.0100	-11.7900	22.3693	3.0836e+03
6	7	-84.9544	4.8904	85.0951	364.2712
6	8	22.5847	27.0149	35.2119	150.7333
6	9	-10.2959	3.8916	11.0068	47.1175
6	48	18.2643	-71.6585	73.9494	316.5595
6	52	54.4013	35.8615	65.1579	278.9250
7	6	86.0158	5.0913	86.1663	797.9273
7	12	-24.9520	-4.0323	25.2757	234.0612
7	40	-21.1875	1.1743	21.2201	196.5044
7	59	-39.8762	-2.2333	39.9387	369.8450
8	6	-22.4030	-25.3058	33.7976	330.1778
8	10	22.3988	28.2100	36.0210	351.8987
8	11	0.0042	-2.9042	2.9042	28.3724
9	6	10.3136	-3.7246	10.9656	103.2098
9	13	-24.8444	-0.4263	24.8481	233.8741

Nœud départ	Nœud arrivé	P _{ij} [MW]	Q _{ij} [MVar]	S _{ij} [MVA]	I _{ij} [A]
9	14	-1.8429e-15	2.5619e-17	1.8430e-15	1.7347e-14
9	15	-59.7180	-8.2750	60.2886	567.4454
9	30	103.6977	19.0530	105.4335	992.3565
9	62	-29.4489	-6.6271	30.1854	284.1093
10	8	-21.7500	-13.4800	25.5885	1.1085e+03
11	8	-3.5562e-16	3.0000	3.0000	89.3731
12	7	25.0000	5.2269	25.5406	1.3405e+03
13	9	25.0000	5.1262	25.5202	1.3395e+03
14	9	1.8429e-15	-2.5619e-17	1.8430e-15	9.9351e-14
15	9	60.0000	15.2966	61.9192	3.2499e+03
16	2	3.6072	-4.9601	6.1330	102.0715
16	18	11.3641	10.4814	15.4597	257.2942
16	32	-36.8213	-16.0613	40.1718	668.5736
18	16	-11.1500	-6.9100	13.1176	1.8011e+03
20	2	6.4471	8.0323	10.2996	170.9322
20	23	18.3132	23.5612	29.8413	495.2458
20	26	-24.7603	-28.5934	37.8240	627.7269
23	20	-17.5200	-10.8700	20.6181	3.4667e+03
26	3	40.6095	26.0910	48.2688	796.2282
26	20	24.7620	28.8954	38.0539	627.7269
26	28	12.8244	12.1394	17.6587	291.2932
26	31	-38.9260	14.0632	41.3885	682.7335
26	32	6.7979	36.1472	36.7809	606.7269
26	47	-7.9679	0.2305	7.9712	131.4906
28	26	-12.5500	-7.7800	14.7659	2.0391e+03
30	9	-103.6441	-1.9461	103.6624	992.3565
30	31	39.2063	-5.7216	39.6216	379.2964
30	32	40.8245	-4.5260	41.0746	393.2058
30	33	23.6133	12.1936	26.5758	254.4092
31	26	38.9323	-13.7316	41.2829	682.7335
31	30	-38.9323	13.7316	41.2829	682.7335
32	16	36.8229	16.2410	40.2455	668.5736
32	26	-6.7930	-35.8853	36.5226	606.7269
32	30	-40.5299	13.1343	42.6050	707.7704
33	30	-23.4900	-8.5900	25.0114	801.3891
34	35	1.7784	4.5751	4.9086	45.0980
34	36	3.6839	-0.6381	3.7387	34.3497
34	56	9.5334	9.4038	13.3910	123.0302
34	67	-14.9957	-13.3407	20.0710	184.4039
35	34	-1.7715	-4.4143	4.7565	142.0586
35	37	-6.9711	-2.6908	7.4724	223.1723
35	38	-4.1575	-0.8849	4.2506	126.9492
36	34	-3.6798	0.7314	3.7518	108.2016
36	39	5.2798	4.1921	6.7417	194.4281
36	68	-1.6000	1.0765	1.9284	55.6144
37	35	7.0000	3.2813	7.7309	892.6891
38	35	4.2000	1.3036	4.3976	507.7969
39	36	-5.1800	-3.2100	6.0940	777.7123
40	7	21.2030	0.4738	21.2083	196.5044
40	41	2.7108	1.4879	3.0923	28.6511
40	42	8.4164e-15	1.0852e-14	1.3733e-14	1.2724e-13
40	43	-5.9784	-0.4904	5.9985	55.5790
40	44	-5.9784	-0.4904	5.9985	55.5790
40	45	-5.9784	-0.4904	5.9985	55.5790
40	46	-5.9784	-0.4904	5.9985	55.5790
41	40	-2.7000	-1.3000	2.9967	60.1673
42	40	-8.4164e-15	-1.0852e-14	1.3733e-14	2.6721e-13
43	40	6.0000	0.8838	6.0647	1.0942e+03
44	40	6.0000	0.8838	6.0647	1.0942e+03
45	40	6.0000	0.8838	6.0647	1.0942e+03
46	40	6.0000	0.8838	6.0647	1.0942e+03
47	26	7.9700	-0.1380	7.9712	131.4906
48	6	-17.8494	73.5295	75.6650	316.5595
48	49	-28.8895	2.6587	29.0116	121.3757

Nœud départ	Nœud arrivé	P _{ij} [MW]	Q _{ij} [MVar]	S _{ij} [MVA]	I _{ij} [A]
48	50	-28.8895	2.6587	29.0116	121.3757
48	51	-33.0870	2.9024	33.2141	138.9577
49	48	29	-0.8202	29.0116	1.2138e+03
50	48	29	-0.8202	29.0116	1.2138e+03
51	48	33.2000	-0.9676	33.2141	1.3896e+03
52	6	-54.3615	-35.6259	64.9952	278.9250
52	53	49.4729	35.4544	60.8652	261.2013
52	54	4.8887	0.1715	4.8917	20.9925
53	52	-48.9200	-30.3200	57.5541	1.8023e+03
54	52	-4.8851	-0.1383	4.8871	144.8482
54	55	4.8851	3.1383	5.8063	172.0945
55	54	-4.8800	-3.0200	5.7389	98.3397
56	34	-9.5001	-9.2498	13.2593	123.0302
56	57	4.8083	2.6524	5.4914	50.9533
56	62	24.5754	6.2212	25.3506	235.2225
56	65	-19.8837	0.3762	19.8872	184.5290
57	56	-4.7900	-2.2400	5.2879	160.5028
59	7	39.8802	2.3747	39.9508	369.8450
59	60	-19.9401	-1.1873	19.9754	184.9225
59	61	-19.9401	-1.1873	19.9754	184.9225
60	59	20.0000	2.6787	20.1786	1.0591e+03
61	59	20.0000	2.6787	20.1786	1.0591e+03
62	9	29.5506	7.7620	30.5530	284.1093
62	56	-24.5605	-6.0544	25.2957	235.2225
62	63	-4.9901	-1.7075	5.2742	49.0439
63	62	4.9918	1.7171	5.2789	49.0439
63	64	-4.9918	-1.7171	5.2789	49.0439
64	63	5.0000	1.9079	5.3516	154.4884
65	56	19.8837	-0.3668	19.8871	184.5290
65	66	-19.8837	0.3668	19.8871	184.5290
66	65	20.0000	2.3334	20.1357	581.2665
67	34	15.0000	13.4125	20.1220	184.4039
68	36	1.6000	-1.0731	1.9265	55.6144

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] Farid Hamoudi. « Réseaux de transport et de distribution électrique ». Cours : 2016/2017, Université A/Mira-Bejaia. Rep Algérienne. Consulté le 21 juin 2020. <https://elearning.univ-bejaia.dz/course/view.php?id=3935>.
- [2] Fallilou Diop. « Analyses probabilistes pour l'étude des réseaux électriques de distribution ». Université Paris-Saclay, 2018. Consulté le 21 juin 2020. https://www.researchgate.net/publication/329307361_Analyses_probabilistes_pour_l'etude_des_reseaux_electriques_de_distribution.
- [3] Jean-Claude Sabonnadière, Nouredine Hadjsaid. « Lignes et réseaux électriques 1 : Lignes d'énergie électrique ». Hemrès-Lavoisier, 2007. Consulté le 21 juin 2020. <https://www.eyrolles.com/Sciences/Livre/lignes-et-reseaux-electriques-volume-1-9782746214965/>.
- [4] Amor, Wael. « Ecoulement de puissance pour les réseaux de grande dimension et mal-conditionnés ». Masters, Ecole de technologie supérieure, Université du QUEBEC, 2018. <https://espace.etsmtl.ca/id/eprint/2245/>.
- [5] Anne GEORGELIN. « Le secteur de l'énergie à Madagascar – Enjeux et opportunités d'affaires ». Ambassade de France à Madagascar, Service économique, Août 2016.
- [6] Draïdi Abdellah. « Répartition optimale des puissances utilisant les techniques de l'intelligence artificielle ». Doctorat en Science Electrotechnique Université des Frères Mentouri Constantine Algérie, juillet 2016.
- [7] ESR. « Description physique du réseau public de distribution (rpd) d'électricité ». 2015
- [8] AOUZELLAG LAHAÇANI Narimen. « Réseaux électriques ». Polycopié de cours, UEF 3111, Université A.MIRA-BEJAIA Algérie, 2017.
- [9] Souad Chebbi. « Production – Transport et Distribution d'Energie Notions de base sur les réseaux électriques ». Université Virtuelle de Tunis. Consulté le 17 juillet 2020. <https://www.uvt.rnu.tn/resources-uvt/cours/production-transport/chapitre1.pdf>.
- [10] Thierry VAN CUTSEM. « Analyse et fonctionnement des systèmes d'énergie électrique ». Université de Liège, janvier 2012.
- [11] J. A. Martinez and J. Mahseredjian. « Load Flow Calculations in Distribution System with Distributed Ressources, A Review ». IEEE PES-Conference, 2010.
- [12] Philippe Junior Ossoucah. « Analyse paramétrique des réseaux électriques sur MATLAB ». Université de Montréal, 2010.
- [13] Braun Christophe. « Aide à la distribution et exploitation électrique : simulation et optimisation ». Université de Namur, Dépôt Institutionnel, Portail de la recherche, 2017.
- [14] Professeur Jean-Louis LILIEN. « Transport et distribution de l'énergie électrique - Manuel de travaux pratiques ». Université de Liège, Année académique 1999/2000.

- [15] Yvon Andrianaharison. « Transmission Line Model ». Support de document, Master à visée de recherche, Ecole Supérieure Polytechnique d'Antananarivo, 2019.
- [16] Mr. Athmane BOUZIDI. « Modélisation et simulation des réseaux électriques ». Cours 1^{ère} année Master Electrotechnique, Université A/Mira-Bejaia, Rép. Algérienne, 2017.
- [17] Yvon Andrianaharison. « Calcul des constantes linéiques R' , L' et C' ». Cours fonctionnement des réseaux d'énergie électrique, Master à visée de recherche, Ecole Supérieure Polytechnique d'Antananarivo, 2019.
- [18] Tebani Wissame. « Compensation optimale de l'énergie réactive dans les réseaux de distribution ». Université de Liège, Université Ferhat Abbas Sétif, Juin 2012.
- [19] Dr.Ing Sellé TOURE. « Bureau d'études – Smart Grids et réseaux électriques ». Master 1 Génie électrique, Université Claude Bernard Lyon 1, 2019-2020
- [20] P.-A. Chamorel. « Optimisation des puissances actives et réactives par la programmation linéaire ». EPF-Lausanne, Thèse n°496, 1983.
- [21] Cleve B. Moler. « Design of an interactive matrix calculator ». AFIPS '80 Proceedings of the May 19-22, National computer conference, 1980.
- [22] Office de Régulation de l'Electricité, Madagascar, 2021.
- [23] R. Mamiherintsoa Issaïa. « Intégration d'une puissance de 30MW d'origine solaire photovoltaïque dans le réseau interconnecté d'Antananarivo (RIA) ». Mémoire Master 2 en Génie Electrique, ESPA, Décembre 2017.

WEBOGRAPHIE

- [101] « Les grandes dates de l'électricité | EDF FR », 2 juin 2022. <https://www.edf.fr/groupe-edf/espaces-dedies/l-energie-de-a-a-z/les-grandes-dates-de-l-electricite>.
- [102] EDF France. « Aspect des pylônes », 22 novembre 2011. <https://www.edf.fr/edf/aspect-des-pylones>.
- [103] « Energies renouvelables », Mai 2004.
http://enrj.renouvelables.free.fr/energie_hydraulique.html.
- [104] « Global Solar Solutions Catalogue Solaire Photovoltaïque ». Consulté le 11 juin 2020.
<https://docplayer.fr/148242840-Global-solar-solutions-catalogue-solaire-photovoltaique.html>.
- [105] « Particularités physiques des réseaux électriques - Nouredine Hadj-Saïd ». Consulté le 11 juillet 2020. <http://html5.ens-lyon.fr/CSP/ScienceEnergie2012/Hadjsaid2012/audio.html>.
- [106] « Approvisionnement électrique : l'Europe sous tension (rapport) ». Consulté le 7 juillet 2020. <https://www.senat.fr/rap/r06-357-1/r06-357-144.html>.
- [107] « Réseau électrique - Structure des réseaux électriques ». Consulté le 7 Avril 2019.
<https://www.techno-science.net/glossaire-definition/Reseau-electrique-page-2.html>.
- [108] « MathWorks - La société - MATLAB & Simulink ». Consulté le 18 janvier 2022.
<https://fr.mathworks.com/company.html>.
- [109] « PowerWorld » The visual approach to electric power systems ». Consulté le 18 janvier 2022. <https://www.powerworld.com/>.
- [110] « Objectifs de développement durable ». Consulté le 18 janvier 2022.
<https://www.un.org/sustainabledevelopment/fr/objectifs-de-developpement-durable/>.

FICHE DE RENSEIGNEMENTS

Nom : RANARISON
Prénoms : Olivier Mickaël
Téléphone : +261 33 86 646 81 / +261 34 67 182 50
E-mail : mikanarison@gmail.com



Titre du mémoire : Calcul numérique de la répartition de puissance – cas des réseaux maillés

Nombre de pages : 90

Nombre de tableaux : 23

Nombre de figures : 67

Directeurs de mémoire :

- Docteur Jaomiary Antonio

Téléphone : +261 34 19 475 69

Mail : antoniojaomiary@gmail.com

RESUME ET MOTS CLES

Toutes études en réseau d'énergie électrique ont pour objectif principale d'assurer la stabilité du réseau. C'est le cas du calcul numérique de la répartition des puissances qui consiste à déterminer les chutes de tension en calculant les tensions et puissances au niveau de chaque nœud, ainsi que les pertes et les limites du réseau à partir des puissances et courants transités dans les branches. Divers logiciels de simulation existent pour un tel calcul, mais ce travail a pour objectif de mettre en œuvre un outil plus souple avec un code source exploitable afin de pouvoir personnaliser le programme pour des réseaux particuliers. L'application avec des réseaux maillés a montré que la méthode de résolution numérique de Newton-Raphson, bien qu'elle soit plus compliquée en terme de calcul, converge plus rapidement que celle de Gauss-Seidel.

Mots clés : réseau, électrique, maillé, répartition, puissances, stabilité, nœuds, branches, Newton-Raphson, Gauss-Seidel

ABSTRACT AND KEYS WORDS

All studies in electrical energy network have the main objective of ensuring the stability of the network. This is the case of the numerical calculation of load flow, which consists in determining the voltage drops by calculating bus voltages and powers, and also the losses and the limits of the network from the powers and currents transited in branches. Various electrical simulation software already exists, but this work aims to implement a more flexible tool with an exploitable source code in order to be able to customize the program for particular networks. The application with mesh networks showed that the numerical resolution method of Newton-Raphson, although it is more complicated in terms of calculation, converges faster than that of Gauss-Seidel.

Keys words : network, electrical, mesh, flow, load, stability, bus, branche, Newton-Raphson, Gauss-Seidel